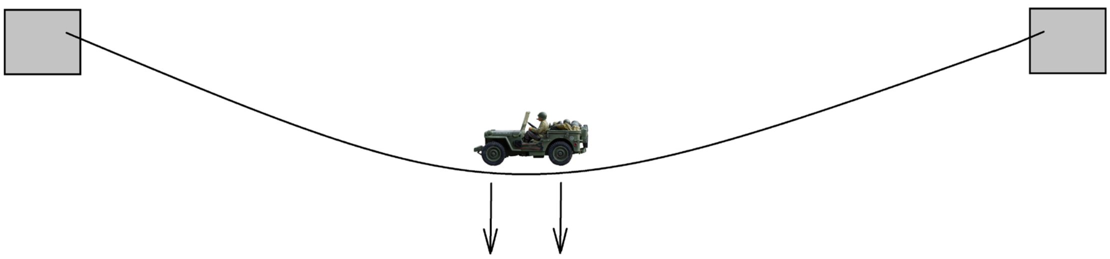
PROBLEMA DE CABLES

Procedimientos de construcción. Prof. Víctor Yepes

Tenemos un cable cordón de Φ = 33 mm, de 91 alambres de 3 mm de diámetro que pesa 5 kp/m. La tensión de rotura del alambre es de 140 kp/mm^2; el cable tiene una carga de rotura de 76,5 t, siendo el coeficiente de cableado de 0,85. Se quiere montar un puente militar para pasar un jeep que tiene una carga por eje de 2 t, estando separados los ejes 2,2 m. La luz de montaje doblemente anchado es de 100 m. Se quiere que el peso del jeep no de más de 5 m de flecha. Se pide:

a) **Tensión de trabajo**
b) **Tensión de incurvación**
c) **Coeficiente de seguridad**
d) **Tensión de montaje**
e) **Flecha de montaje**
f) **Longitud del cable en vacío**
g) **Longitud del cable en carga**



Solución:

a. Aplicando la ecuación fundamental de la estática del cable, tenemos:

$$M = H \cdot f$$

El momento se deberá al peso propio del cable más el peso del jeep.

$$M = \frac{p \cdot l^2}{8} + \frac{P \cdot l}{4} \cdot q$$

Donde *P* es el valor de cada carga y *q* es un factor de corrección que transforma las dos cargas (2 ejes del jeep) en una sola de momento equivalente.

$$q = n - \frac{n^2}{2} \cdot \frac{e}{d}$$

Donde *n* es el número de cargas, *e* es la separación entre cargas y *d* es la proyección horizontal de la cuerda.

En este caso,

$$q = 2 - \frac{2^2}{2} \cdot \frac{2,2}{100} = 1,956$$

Y por lo tanto,

$$M = \frac{5 \cdot 100^2}{8} + \frac{1000 \cdot 100}{4} \cdot 1{,}956 = 55.150\, m \cdot kg$$

Como la flecha máxima admisible es de 5 m, entonces

$$H = \frac{M}{f} = \frac{55.150}{5} = 11.030\, kp$$

Luego el valor de la tensión máxima de trabajo es:

$$T = H + p \cdot f = 11.030 + 5 \cdot 5 = 11.055\, kp$$

b. La tensión total de incurvación será (fórmula dimensional):

$$T_i = 160 \cdot \sqrt{\frac{\Omega}{T} \cdot \frac{P}{n}}$$

Donde *n* es el número de ruedas sobre un cable, *P* es el peso total sobre un cable y Ω es la sección total del cable.

Siendo un cable ordinario de arrollamiento también ordinario,

$$\Omega = 91 \cdot \frac{\pi \cdot 3^2}{4} = 643{,}24\, mm^2$$

En el punto más bajo, la tensión total de incurvación es máxima, y allí $T = H$, por tanto,

$$T_i = 160 \cdot \sqrt{\frac{643{,}24}{11.030} \cdot \frac{2}{2}} = 38{,}64\, t$$

c. El coeficiente de seguridad, teniendo en cuenta la incurvación, se obtiene de la siguiente expresión:

$$\frac{C_r}{C_{sti}} = T_i + T$$

Donde C_r es la carga de rotura y C_{sti} es el coeficiente de seguridad.

En el punto más desfavorable (el más bajo), $T = H$, luego:

$$\frac{76{,}5}{C_{sti}} = 38{,}64 + 11{,}03 = 49{,}67\, t$$

por tanto, $C_{sti} = 1{,}54$.

d. Para calcular la tensión de montaje, aplicamos la fórmula de Stevenin:

$$L - L_0 = \frac{l \cdot (\cos\alpha)^3}{2} \cdot \left[\frac{Q^2}{12 \cdot H^2} + \frac{P \cdot (P + Q)}{H^2} \cdot \frac{m \cdot n}{l^2} - \frac{Q^2}{12 \cdot H_0^2}\right]$$

Donde:

$$Q = P^* \cdot l$$

$$P^* = \frac{P}{\cos\alpha}$$

$$\cos\alpha = 1$$

Es decir,

$Q = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 0{,}5$ t

$P = 1 \cdot q = 1 \cdot 1{,}956 = 1{,}956$ t

$H = 11{,}03$ t

$l = 100$ m

$m = n = l/2 = 50$ m

Sustituyendo,

$$L - L_0 = \frac{100 \cdot 1}{2} \cdot \left[\frac{0{,}5^2}{12 \cdot 11{,}03^2} + \frac{1{,}956 \cdot (1{,}956 + 0{,}5)}{11{,}03^2} \cdot \frac{1}{4} - \frac{0{,}5^2}{12 \cdot H_0^2}\right]$$

Operando,

$$L - L_0 = 0{,}5026 - \frac{1{,}0417}{H_0^2}$$

Resolvemos por aproximaciones sucesivas, si $L - L_0 = 0$, entonces,

$$0 = 0{,}5026 - \frac{1{,}0417}{H_0^2} \rightarrow H_0 = 1{,}44\ t$$

Como

$$L - L_0 = \frac{H - H_0}{E_r \cdot \Omega \cdot \cos\beta} \cdot L_0 = \frac{11{,}03 \cdot -1{,}44}{14 \cdot 643{,}24 \cdot 1} \cdot 100 = 0{,}10649\ m$$

Aquí se ha supuesto $L_0 = l$ y $\cos\beta = 1$.

Por tanto, en otra aproximación:

$$0{,}10649 = 0{,}5026 - \frac{1{,}0417}{H_0^2} \rightarrow H_0 = 1{,}62\ t$$

Damos por bueno este valor.

La tensión de montaje será:

$$T = H_0 + p \cdot f_0$$

Aplicando la ecuación fundamental de la estática de cables:

$$1{,}62 \cdot f_0 = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 100^2}{8} \rightarrow f_0 = 3{,}86\ m$$

Luego

$$T = 1{,}62 + 5 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}86 = 1{,}639\ t$$

e. El valor de la flecha de montaje es:

$$f_0 = 3{,}86\ m$$

f. La longitud total del cable en vacío (estando los apoyos a la misma altura):

$$L_0 = l + \frac{8}{3} \cdot \frac{f_{max}^2}{l}$$

$$L_0 = 100 + \frac{8}{3} \cdot \frac{3{,}86^2}{100} = 100{,}40\ m$$

g. La longitud del cable en carga será la siguiente:

$$L = C + \frac{l \cdot (\cos\alpha)^3}{2 \cdot H^2} \cdot \left[\frac{Q^2}{12} + P \cdot (P + Q) \cdot \frac{m \cdot n}{l^2}\right]$$

$$L = 100 + \frac{100}{2 \cdot 11{,}03^2} \cdot \left[\frac{0{,}5^2}{12} + 1{,}956 \cdot (1{,}956 + 0{,}5) \cdot \frac{50 \cdot 50}{100^2}\right] = 100{,}502\ m$$