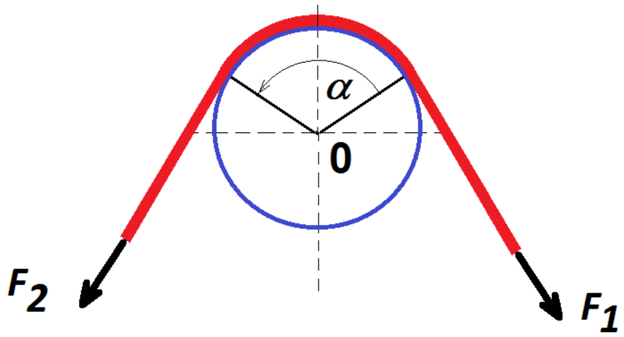
**ECUACIÓN DE EULER-EYTELWEIN. TENSIÓN DE LA CORREA EN UNA POLEA**

**Procedimientos de construcción. Prof. Víctor Yepes**

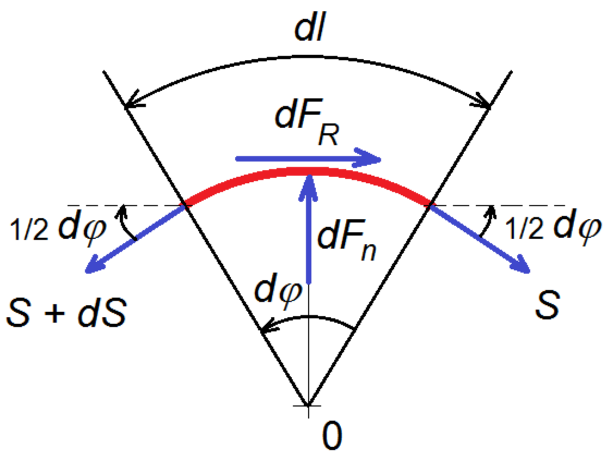
**PROBLEMA. Deducir la ecuación de Euler-Eytelwein que describe la tensión de la correa de una polea cuando existe rozamiento entre ambas.**

Solución:

Si tenemos una polea articulada a un elemento fijo y una correa plana con un ángulo de contacto igual a $\alpha$, tal y como se muestra en la figura, es fácil demostrar que las fuerzas $F_1$ y $F_2$ son iguales si no existe rozamiento. Basta tomar momentos respecto al centro 0 de la polea.




Sin embargo, si existe rozamiento, las fuerzas $F_1$ y $F_2$ son diferentes. En efecto, si elegimos un elemento diferencia de la correa en la zona de contacto, podemos establecer el equilibrio de fuerzas.




$$\sum F_x = 0 \rightarrow (S + dS) \cdot \cos\frac{d\varphi}{2} = S \cdot \cos\frac{d\varphi}{2} + dF_R$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -(S + dS) \cdot \sin\frac{d\varphi}{2} = -S \cdot \sin\frac{d\varphi}{2} + dF_n$$

Por tratarse de un elemento diferencial, podemos realizar las siguientes aproximaciones por infinitésimos equivalentes:

$$\cos\frac{d\varphi}{2} \approx 1$$

$$\sin\frac{d\varphi}{2} \approx \frac{d\varphi}{2}$$

$$dS \cdot \frac{d\varphi}{2} \approx 0$$

Por tanto,

$$-dS + dF_R = 0$$

$$-Sd\varphi + dF_n = 0$$

Si tenemos en cuenta que

$$dF_R = \mu \cdot dF_n = dS$$

Obtenemos

$$-Sd\varphi + \frac{dS}{\mu} = 0 \rightarrow \frac{dS}{S} = \mu \cdot d\varphi$$

Integrando,

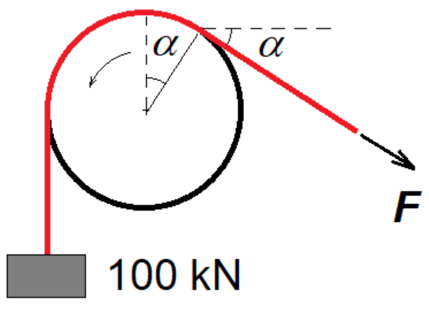
$$\int_{S_1}^{S_2} \frac{dS}{S} = \int_0^{\alpha} \mu \cdot d\varphi$$

Resultando,

$$S_2 = S_1 \cdot e^{\mu \cdot \alpha}$$

Téngase en cuenta que $S_2 > S_1$, indicando $S_2$ el sentido del giro de la polea. Si el rozamiento fuera nulo, ambas fuerzas serían iguales.

Como aplicación, se quiere averiguar el valor mínimo del ángulo $\alpha$ para que el peso de 100 kN no caiga, sabiendo que $F$ = 50 kN y que el ángulo de rozamiento estático es $\mu$ = 0,35.




Para resolver este problema, utilizaremos la ecuación de Euler-Eytelwein del rozamiento entre polea y correa, donde $\vartheta$ es el ángulo de contacto entre ambos. En el momento justo antes de que la polea se moviera en sentido antihorario, se tendría:

$$\frac{P}{F} = e^{\mu \cdot \theta} \rightarrow \frac{100}{50} = e^{0,35 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} \rightarrow \frac{\pi}{2} + \alpha = \frac{\ln 2}{0,35} = 1,9804\, rd \rightarrow \alpha = 0,4096\, rd = 23,5º$$