

## Optimización heurística aplicada al diseño automático de forjados de losa postesa

Ángel Manuel Rodríguez-Calderita Facundi, afacundi@posgrado.upv.es

Julián Alcalá González, jualgon@upv.es

Víctor Yepes Piqueras, vyepesp@upv.es

José V. Martí Albiñana, jvmartia@upv.es

Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH), Departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universitat Politècnica de València.

### Resumen

En ese trabajo se muestran las características principales de los forjados de losa postesa obtenidos tras aplicar métodos heurísticos de optimización. Estos forjados son ventajosos frente a soluciones más convencionales a partir de ciertas luces. El proceso de diseño de estos forjados se puede plantear como un problema de optimización, que abordado con métodos heurísticos puede ser formulado de un modo totalmente realista. Se pueden encontrar diseños completos de forjados optimizados no solo con criterios de economía, sino también de sostenibilidad, pudiendo comparar ambos casos. Los resultados obtenidos en este trabajo muestran una clara tendencia a disponer cantos muy estrictos en los resultados óptimos. Aplicando criterios de sostenibilidad se tiende a hormigones de mayores resistencias que con criterios económicos. Finalmente se han realizado pruebas de sensibilidad a los precios, que muestran mucha independencia de los forjados óptimos frente a las variaciones de precios ensayadas.

**Palabras clave:** *Optimización, forjados postesados, sostenibilidad, simulated annealing, threshold accepting, old bachelor algorithm.*

## Introducción

El objetivo de este trabajo ha sido el de desarrollar un procedimiento basado en técnicas de optimización capaz de automatizar el diseño de forjados de losa postesa. Para ello se han considerado criterios de optimización económica y de la sostenibilidad, expresándola en términos de emisiones de CO<sub>2</sub>.

La aplicación de técnicas heurísticas de optimización ya han sido aplicadas con éxito a otras tipologías estructurales [1-9], incluso a algunas de hormigón pretensado, pero no se han encontrado en la literatura referencias a trabajos de optimización de forjados de losa postesa.

Este estudio es relevante dada la gran cantidad de variables que intervienen en el problema y su relación entre ellas. Encontrar un forjado que cumpla los requerimientos resulta relativamente sencillo pero con los procedimientos de cálculo habituales no se tendrá la certeza de haber encontrado una solución óptima del problema.

## Forjados de losa postesa

Los forjados de losa postesa o forjados postensados son forjados que han sido elaborados mediante la técnica de tesar cables de acero (armadura activa), después del fraguado del hormigón y cuando éste ha alcanzado una resistencia suficiente para soportar las tensiones provocadas por dicho tesado. Se requieren hormigones y aceros de alta resistencia [10].

Como consecuencia del trazado curvo de los tendones también aparecen fuerzas de desviación que pueden llegar a equilibrar el peso propio de la estructura, las cargas muertas e incluso parte de las sobrecargas. Existen dos variantes de la técnica: armadura postesa adherente y armadura postesa no adherente. Para forjados de edificación se suelen emplear armadura no adherente, por lo estricto de los cantos y por la facilidad de montaje.

## Definición del problema de optimización

La optimización de un forjado de losa postesa se puede expresar matemáticamente como:

Hallar  $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  tal que haga mínima o máxima la función siguiente:

$$f(x, p) \quad (1)$$

Sujeto a:  $g_j(x, p) \geq 0 \quad j = 1, m \quad (2)$

$$x_i \in S \quad i = 1, n \quad (3)$$

$f$  es la función objetivo,  $x$  representa las variables que lo definen,  $p$  son los parámetros, que no son objeto de optimización, y las expresiones (2) y (3) son las restricciones del problema.

Las variables definen completamente el forjado. Contienen valores referentes a propiedades de los materiales, geometrías y cuantías (hormigón, acero pasivo y activo). Estas variables toman valores discretos dentro de unos rangos establecidos por la expresión (3).

Los parámetros son datos de partida, que no varían durante la resolución del problema, geometrías del tipo número de pilares, longitud total del forjado, longitud de los pilares, etc. También son conocidas las cargas, o se pueden calcular en cada momento en función de los valores de las variables en cada momento.

Al final el resultado debe ser traducido a una magnitud comparable (típicamente un coste), por lo que la función objetivo tomaría la siguiente forma:

$$f(\bar{x}, \bar{p}) = \sum_{i=1, m} c_i m_i(\bar{x}, \bar{p}) \quad (4)$$

Donde  $c_i$  y  $m_i$  son respectivamente los costes y mediciones de las unidades de obra.

### **Parámetros**

Los forjados deben ser tales que cumplan las condiciones impuestas por este método de cálculo (pórticos virtuales) en cuanto a regularidad geométrica y de las cargas aplicadas (EHE-98). También deben serlo respecto del uso que habitualmente se hace de este tipo de forjados.

- La malla definida en planta por los soportes será sensiblemente ortogonal.
- La relación entre el lado mayor y menor del recuadro no debe ser mayor que 2.
- La diferencia entre luces de vanos consecutivos no debe ser mayor que un tercio de la luz del vano mayor.
- La sobrecarga debe ser uniformemente distribuida y no mayor que 2 veces la carga permanente.
- Deberán existir tres vanos como mínimo en cada dirección.

El forjado tipo que se va a optimizar sin que ello suponga una limitación en la metodología propuesta es el mismo que figura como ejemplo en la Guía de Aplicación de la Instrucción de Hormigón Estructural [10]. Es un forjado que consta de 6 vanos en sentido x y 5 en sentido y con las dimensiones que se especifican (figura 1).

Tabla 1.- Parámetros del problema

| Parámetro/tipo Parámetro                 | Valor          |
|------------------------------------------|----------------|
| <b>Geométrico</b>                        |                |
| Pilar base (eje Y)                       | 0.5m           |
| Pilar altura (eje X)                     | 0.5m           |
| Pilar luz                                | 4.75m          |
| Número de secciones estudiadas por       | 7              |
| <b>Características del hormigón</b>      |                |
| Tipo de ambiente (EHE)                   | Ila            |
| Recubrimiento mínimo                     | 25mm           |
| S Tipo de cemento                        | 0.25           |
| Hormigón pilares                         | HA-30          |
| <b>Características armadura pasiva</b>   |                |
| tipo de acero                            | B500s          |
| <b>Características armadura activa</b>   |                |
| tipo de acero                            | Y1860 S7 Ø15,2 |
| <b>Características sistema de tesado</b> |                |
| M                                        | 0,06           |
| k/u                                      | 0,008          |
| Cuñas                                    | 4 mm           |
| Tiempo de tesado                         | 7 días         |
| Tesado desde                             | Ambos lados    |
| <b>Características del hormigonado</b>   |                |
| Humedad                                  | 70%            |
| Vida útil                                | 50 años        |
| $t_{\infty}$                             | 36000 días     |

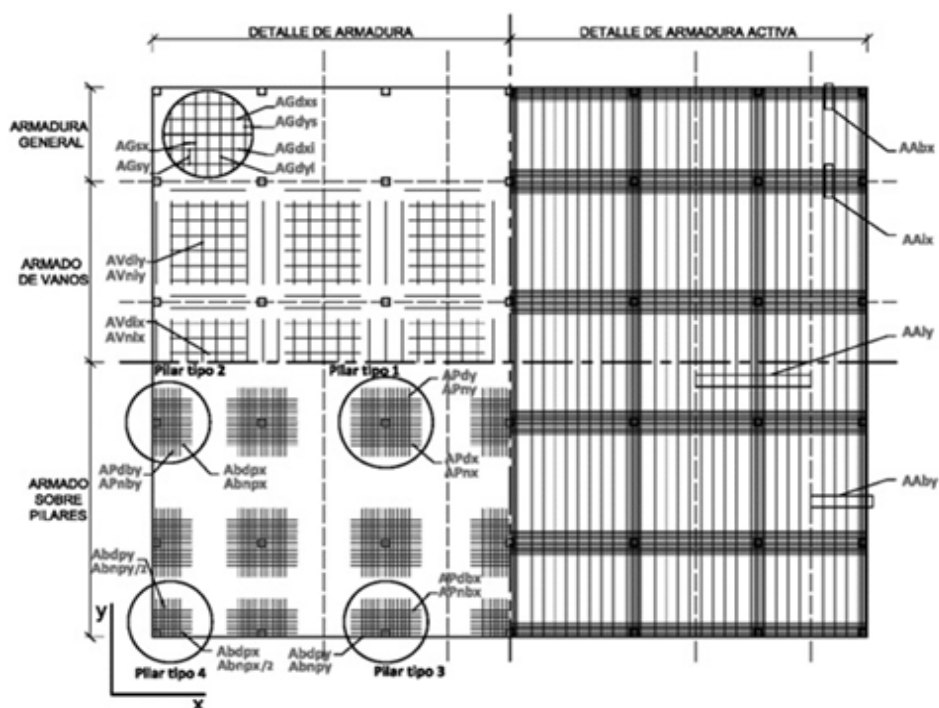


Figura 1 Variables del problema sobre forjado tipo.

### **Variables**

Todas las variables a excepción de las dos primeras hacen referencia a las armaduras, ya sean pasivas o activas. La primera define la resistencia del hormigón y la segunda el canto del forjado.

*Tabla 2.- Variables del problema*

|                         | Tipo           | Posición | EJE | Variable     |
|-------------------------|----------------|----------|-----|--------------|
| <b>Tipo de hor-</b>     | -              | -        | -   | <b>fck</b>   |
| <b>Canto del forja-</b> | -              | -        | -   | <b>canto</b> |
| <b>Armadura Activa</b>  |                |          |     |              |
|                         | Núm. de cables | Interior | X   | <b>AAix</b>  |
|                         | Núm. de cables | Borde    | X   | <b>AAbx</b>  |
|                         | Núm. de cables | Interior | Y   | <b>AAiy</b>  |
|                         | Núm. de cables | borde    | Y   | <b>AAby</b>  |
| <b>Armadura Pasiva</b>  |                |          |     |              |
| <b>General</b>          | Diámetro       | Superior | X   | <b>AGxsd</b> |
|                         | Diámetro       | Inferior | X   | <b>AGxid</b> |
|                         | Diámetro       | Superior | Y   | <b>AGysd</b> |
|                         | Diámetro       | Inferior | Y   | <b>AGyid</b> |
|                         | Separación     | -        | X   | <b>AGxs</b>  |
|                         | Separación     | -        | Y   | <b>AGys</b>  |
| <b>Sobre pilares</b>    | Diámetro       | Interior | X   | <b>Apzd</b>  |
|                         | Diámetro       | Borde    | X   | <b>AP1zd</b> |
|                         | Diámetro       | Borde    | X   | <b>AP2zd</b> |
|                         | Diámetro       | Interior | Y   | <b>APyd</b>  |
|                         | Diámetro       | Borde    | Y   | <b>AP1yd</b> |
|                         | Diámetro       | Borde    | Y   | <b>AP2yd</b> |
|                         | Núm. de barras | Interior | X   | <b>APxn</b>  |
|                         | Núm. de barras | Borde    | X   | <b>AP1xn</b> |
|                         | Núm. de barras | Borde    | X   | <b>AP2xn</b> |
|                         | Núm. de barras | Interior | Y   | <b>APyn</b>  |
|                         | Núm. de barras | Borde    | Y   | <b>AP1yn</b> |
|                         | Núm. de barras | Borde    | Y   | <b>AP2yn</b> |
| <b>centro de vano</b>   | Diámetro       |          | X   | <b>AVzd</b>  |
|                         | Diámetro       |          | Y   | <b>AVyd</b>  |
|                         | Núm. de barras |          | X   | <b>AVxn</b>  |
|                         | Núm. de barras |          | Y   | <b>AVyn</b>  |

### **Comprobación de forjados postensados**

Si bien este tipo de forjado no se encuentra específicamente contemplado en la normativa de referencia, constituida por la Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08 [11]. Ello no impide su utilización ni exige de su cumplimiento. Es más, en la Guía de Aplicación de la Instrucción de Hormigón Estructural del año 2002 en la que se desarrolla la EHE-98 hay un ejemplo de cómo se deben calcular estos forjados. En la actualidad esta Guía y la norma en que se basó ha quedado superada por la aparición de la EHE-08.

Por ello se ha tomado el ejemplo de la Guía como referencia y se ha utilizado la

actual EHE-08i como norma de referencia. También se han consultado otras normas internacionales. (ACI-318, ACI-423, BS-8110)

Se analizan cuatro alineaciones (o pórticos planos) distintos, dos en sentido  $x$  y dos alineaciones en  $y$ , en cada uno de los sentidos una alineación de borde y otra interior. Figura 2.

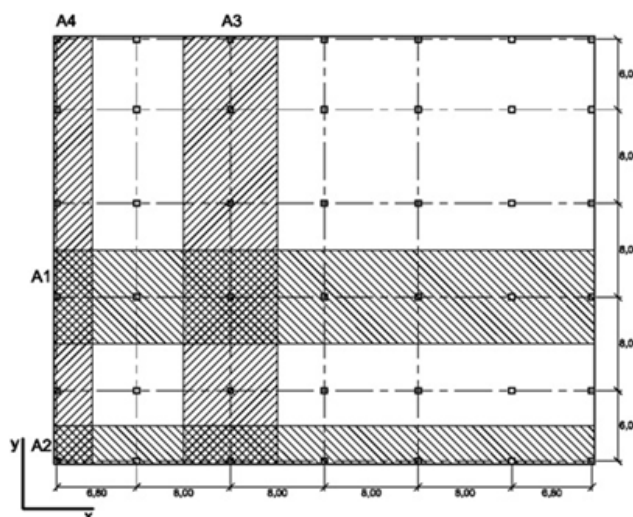


Figura 2.- Pórticos virtuales diferentes a considerar.

Así se tiene una alineación A1 o pórtico paralelo al eje  $x$  de seis vanos, con un ancho de 8 metros y vanos extremos de 6.8 metros y centrales de 8 (podría ser cualquiera de los iguales), una tipo A2 igual a la anterior pero de borde con 3 metros de ancho.

Y las tipo A3 y A4 en dirección  $y$  con 5 vanos, los exteriores de 6 metros y las interiores de 8 metros, con 8 y 3.40 metros de ancho respectivamente.

Como criterio general se tomarán siete valores de cada vano, coincidiendo con los extremos y separados uniformemente función de la luz del vano. Sobre dichos puntos se controlarán todos los valores.

Para cualquier otro forjado se seguirían considerando cuatro alineaciones tipo, el algoritmo elegiría las cuatro más desfavorables una de borde y una interior, para  $x$  e  $y$ , que serán los pórticos de mayor ancho. El resto de los pórticos virtuales serían menores y quedarían del lado de la seguridad.

Los pilares analizados a efectos de armado y punzonamiento son los situados en los puntos de cruce de estas alineaciones. De esta manera se evalúa un pilar de cada tipo. Uno interior, uno de esquina y dos de borde uno sobre el eje  $x$  y otro sobre el eje  $y$ .

Las comprobaciones realizadas son las siguientes [2]

1. Análisis estructural, selección de las alineaciones a calcular.
2. Comprobación de las tensiones en servicio del hormigón
  - a. Pérdidas de Pretensado
    - i. Pérdidas instantáneas
    - ii. Pérdidas diferidas
  - b. Comprobación de tensiones en vacío y servicio.
3. Comprobación de estado límite último.
  - a. Comprobación de la armadura pasiva.
  - b. Comprobación a punzonamiento.
4. Estados límite de servicio
  - a. Deformaciones

### **Metaheurísticas empleadas en el desarrollo del proyecto**

Los métodos heurísticos utilizados se basarán en el concepto de movimientos, los cuales determinan un entorno que dan nombre a estas *heurísticas de búsqueda secuencial por entornos*.

#### ***Algoritmos de búsqueda secuencial por entornos***

Son algoritmos que parten de una solución inicial a partir de la cual comienza un proceso iterativo. En cada iteración se realiza una pequeña modificación de la solución, esta modificación reemplaza a la anterior si se cumple algún criterio de aceptación.

Los criterios de aceptación son distintos para cada metaheurística que es precisamente lo que las diferencia. Se habrán definido criterios de parada, una vez alcanzados, la mejor solución para los criterios fijados será la solución de la optimización.

El concepto *movimiento* se usa para hacer referencia a las modificaciones que transforman una solución en otra que se justifica porque en realidad supone un cambio de posición en el espacio de soluciones del problema. Análogamente se denomina a la sucesión de movimientos *trayectoria*. También se puede definir el *entorno* o *vecindario* de una solución como el conjunto de soluciones que se pueden alcanzar con un solo movimiento.

Los movimientos serán pequeños con el fin de que la nueva solución sea similar a la anterior y guarde relación al objeto de que la trayectoria del movimiento también lo sea. Para ello es necesario que los valores que puede tomar una variable se encuentren ordenados crecientemente, ya que es la manera más simple de conseguir movimientos “pequeños”.

Otros trabajos consultados [5][8] coinciden en señalar como los movimientos más eficaces los que varían simultáneamente un 20% de las variables del problema elegidas al azar.

### ***Recocido simulado***

El recocido simulado o *Simulated Annealing* (SA en adelante) [12] se basa en la analogía de la energía de un sistema termodinámico con la función de coste de un problema de optimización. Conceptualmente es un algoritmo de búsqueda por entornos, que selecciona candidatos de forma aleatoria. Si una solución sustituye a la anterior si mejora a la anterior ( $\Delta c \leq 0$ ) es aceptada de forma inmediata; en caso contrario, será aceptada en función de una probabilidad ( $e^{(-\Delta c/T)}$  si  $\Delta c > 0$ , donde  $T$  es un parámetro de control denominado *temperatura*) decreciente con el aumento  $\Delta$  de la diferencia entre los costes de la solución candidata y la actual. Permitir soluciones peores impide que la heurística acabe en un mínimo local de poca calidad.

### ***Aceptación por umbrales***

La aceptación por umbrales o *Threshold Accepting* (TA en adelante) [13] admite una degradación de la solución con arreglo a un umbral establecido y que disminuye a medida que avanza el algoritmo, de tal forma que al final solo se aceptan soluciones si estas mejoran la actual.

### ***Old bachelor algorithm (algoritmo del solteron).***

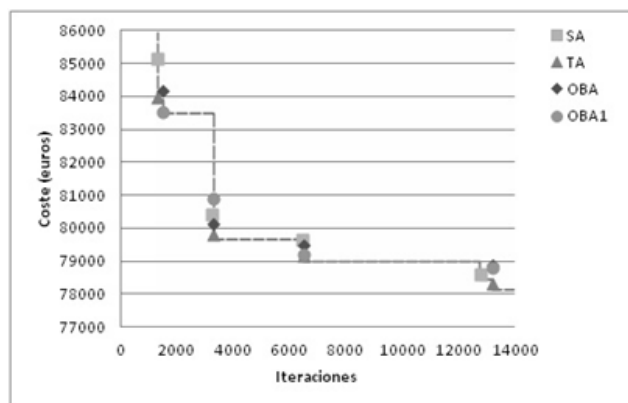
Este algoritmo se puede considerar como una implementación adaptativa del algoritmo anterior, propuesto en 1995 por T.C Hu, A.B. Kahng C.A Tsao [14] (*Old Bachelor Acceptance*, OBA en adelante) consiste en permitir modificaciones no monótonas del umbral. Dichas variaciones en el umbral van a depender de la proximidad o lejanía a un óptimo local, se acepta una solución peor pero se aumenta el umbral y al revés el umbral disminuye cuando se produce un movimiento que mejora la solución para explorar de forma más intensiva las soluciones vecinas. Lo que se consigue por este procedimiento es intercalar fases de intensificación entre otras de diversificación.

### **Aplicación de las heurísticas al problema de los forjados de losa postesa.**

Para poder aplicar estas heurísticas al problema previamente deben ser convenientemente calibradas, los parámetros que regulan el funcionamiento de la heurística como el movimiento adecuado a realizar en cada cambio de solución, la temperatura, longitud de cadena de Markov en el caso del SA o del TA y los parámetros a,b,c, que definen el OBA. Se han calculado nueve reinicios y sus correspondientes medias para asegurar la influencia de la solución inicial.

### ***Discusión de los resultados***

En la figura 3 se ha establecido una frontera de Pareto para evaluar las mejores relaciones costes-iteraciones.



*Figura 3.- Frontera de Pareto y relación costes medios e iteraciones medias de las soluciones más representativas de los distintos algoritmos utilizados.*

De la gráfica se pueden extraer las siguientes conclusiones: El TA es el algoritmo que más veces conforma la frontera de Pareto, es decir que es más eficaz encontrando soluciones.

El OBA1 ofrece en la mayoría de los casos mejores resultados que el OBA, superando al SA si el número de iteraciones es bajo. De hecho si no estuvieran los resultados del TA la frontera de Pareto la conformaría casi siempre él. Con la ventaja que supone de antemano saber cuántas iteraciones vamos a necesitar o lo que es lo mismo cuanto tiempo va a tardar.

### **Estudio de sostenibilidad**

Medir emisiones de CO<sub>2</sub> o el coste energético presenta ventajas frente a evaluar el coste económico, y es que éste puede presentar fluctuaciones importantes en cortos periodos de tiempo difícilmente predecibles y que únicamente responden a criterios de mercado. Mientras que una variación en el coste energético o en el CO<sub>2</sub> tendría que ver con una evolución de las técnicas de fabricación y su variación estaría regida por dicha mejora. Parece por tanto que los resultados obtenidos atendiendo a criterios de sostenibilidad serán más perdurables y objetivos que los criterios económicos.

Si bien la primera conclusión que sacamos es que ambos criterios producen optimizaciones en el otro, ya que ambos son criterios de coste y una reducción cuantitativa se refleja favorablemente en ambos resultados. Si bien una con solución optimizada con criterios económicos es un 3% más barata y la realizada con criterios de sostenibilidad un 5% más sostenible.

### **Estudio de sensibilidad**

Se valorará como se adapta la solución óptima al producirse incrementos en los costes económicos que presentan más variables y combinaciones posibles que los energéticos tal y como están planteados. Al aumentar el coste de un material en particular la solución óptima pasará por contener una menor cantidad de éste utilizándolo en favor de otro que no lo haya aumentado su coste. Sin embargo esto será así si la carencia de un material puede ser compensado por otro y en la medida que lo sea.

Se han considerado incrementos del coste de los distintos materiales que forman el forjado, del hormigón, de la armadura pasiva y de la activa, por separado incrementando en un 5, 10, 15, 20, 30 40 y 50%, en cada uno y manteniendo los demás constantes con lo que revisaremos las variaciones relativamente pequeñas, más probables y con mayor influencia hoy en día. Posteriormente ampliaremos el estudio con porcentajes muy superiores 75, 100, 150, 200, 300 y 400% a fin de concretar las líneas de tendencia. Las conclusiones observadas fueron:

- Los incrementos de precio que tienen más repercusión en el coste final del forjado por este orden son, en el hormigón, en la armadura pasiva y en la armadura activa.
- Incrementos de precio significativos en el hormigón no afecta sustancialmente al canto del forjado, afectan muy poco si son sobre armadura pasiva con tendencia a disminuirlos y bastante si se producen en la armadura activa que los aumenta, tomando como referencia una solución óptima.
- Incrementos de precio significativos en cualquier componente produce incrementos en la resistencia del hormigón, tomando como referencia una solución óptima.
- La cantidad de hormigón que utiliza una solución no se ve reducida por su incremento de precio, no es rentable compensar su uso con los demás componentes, al revés sí en parte, y en mayor medida en el caso de la armadura activa que en el de la pasiva.

### **Conclusiones**

Comparando la solución de la partida, solución aportada por la Guía de Aplicación de la Instrucción de Hormigón Estructural y con el resto de resultados obtenidos de las calibraciones y de los estudios de sostenibilidad y sensibilidad a la variación de los precios podemos sacar las siguientes conclusiones.

- El canto del forjado es decisivo a la hora de obtener un forjado óptimo siendo necesario considerar cantos muy ajustados.

- Los forjados optimizados son hasta un 31.6% más económicos atendiendo a criterios de precio y tienen un coste energético un 30.9% menor que el forjado de referencia.
- El hormigón bajo criterio de menor coste para este forjado es HP-35 y HP-50 bajo el de menor consumo energético.
- Los forjados optimizados están formados por un 99.1% de hormigón, un 0.45% de armadura pasiva y un 0.43% de armadura activa.
- La repercusión en el precio medio del forjado del hormigón es del 55%, de la armadura pasiva el 23% y de la armadura Activa el 22%. Con los precios utilizados.
- Los incrementos de precio que tienen más repercusión en el coste final del forjado por este orden son, en el hormigón, en la armadura pasiva y en la armadura activa.
- Incrementos de precio significativos en el hormigón no afecta sustancialmente al canto del forjado, afectan muy poco si son sobre armadura pasiva con tendencia a disminuirlos y bastante si se producen en la armadura activa que los aumenta, tomando como referencia una solución óptima.
- Incrementos de precio significativos en cualquier componente produce incrementos en la resistencia del hormigón, tomando como referencia una solución óptima.
- La cantidad de hormigón que utiliza una solución no se ve reducida por su incremento de precio, no es rentable compensar su uso con los demás componentes, al revés sí en parte, y en mayor medida en el caso de la armadura activa que en el de la pasiva.
- Cuando se consumen los mismos recursos si se utiliza un hormigón de mayor resistencia o no, (caso del estudio energético). La optimización pasa por poner el hormigón más resistente y disminuir al máximo el canto del forjado.
- Las soluciones óptimas no han necesitado refuerzo de armadura para momentos positivos.

### **Agradecimientos**

Los autores agradecen el aporte financiero realizado para este trabajo por el Ministerio de Ciencia e Innovación (Proyecto de Investigación BIA2011-23602) y por la Universitat Politècnica de València (Proyecto de Investigación PAID-06-12).

## Referencias

- [7] Carbonell, A.; Yepes, V.; González-Vidoso, F. (2012). Automatic design of concrete vaults using iterated local search and extreme value estimation. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 9(6), 675-689.
- [8] Martí, J.V.; González-Vidoso, F.; Yepes, V.; Alcalá, J. (2013). Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing. *Engineering Structures*, 48, 342-352. [doi:10.1016/j.engstruct.2012.09.014]
- [9] Martínez-Martín, F.; González-Vidoso, F.; Hospitaler, A.; Yepes, V. (2012). Multi-objective optimization design of bridge piers with hybrid heuristic algorithms. *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A (Applied Physics & Engineering)*, 13(6), 420-432. [doi:10.1631/jzus.A1100304]
- [10] Martínez-Martín, F.; González-Vidoso, F.; Hospitaler, A.; Yepes, V. (2013). A parametric study of optimum tall piers for railway bridge viaducts. *Structural Engineering and Mechanics*, 45(6), 723-740.
- [11] Payá-Zaforteza I.; Yepes, V.; Hospitaler, A.; González-Vidoso, F. (2009). CO<sub>2</sub>-Efficient Design of Reinforced Concrete Building Frames. *Engineering Structures*, 31, 1501-1508. [doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.02.034]
- [12] Perea, C.; Alcalá, J.; Yepes, V.; González-Vidoso, F.; Hospitaler, A. (2008). Design of Reinforced Concrete Bridge Frames by Heuristic Optimization. *Advances in Engineering Software*, 39(8), 676-688. [doi:10.1016/j.advengsoft.2007.07.007]
- [13] Torres-Machí, C.; Yepes, V.; Alcalá, J.; Pellicer, E. (2013). Optimization of high-performance concrete structures by variable neighborhood search. *International Journal of Civil Engineering, Transaction A: Civil Engineering*, 11(2), (in press).
- [14] Yepes, V.; Alcalá, J.; Perea, C.; González-Vidoso, F. (2008). A Parametric Study of Optimum Earth Retaining Walls by Simulated Annealing. *Engineering Structures*, 30(3), 821-830. [doi:10.1016/j.engstruct.2007.05.023]
- [15] Yepes, V.; González-Vidoso, F.; Alcalá, J.; Villalba, P. (2012). CO<sub>2</sub>-Optimization Design of Reinforced Concrete Retaining Walls based on a VNS-Threshold Acceptance Strategy. *Journal of Computing in Civil Engineering ASCE*, 26 (3), 378-386. [doi:10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000140]
- [16] Comisión Permanente del Hormigón España, *Guía de Aplicación de la Instrucción de Hormigón Estructural: Edificación (in Spanish)*, M.Fomento, Madrid, 2002.
- [17] EHE-08. *Instrucción de Hormigón Estructural (in Spanish)*, M.Fomento, Madrid, 2008.
- [18] Kirkpatrick S., Gelatt C.D. and Vecchi M.P., Optimization by simulated annealing, *Science*, 220(4598), pp. 671-680, 1983. [doi:10.1126/science.220.4598.671]
- [19] Dueck, G.; Scheuert, T. "Threshold Accepting: A general Purpose Optimization Algorithm appearing Superior to Simulated Annealing". *Journal of Computational Physics* 90:161-175. 1990. [doi:10.1016/0021-9991(90)90201-B]

- [20] T. Hu, A. Kahng y C.-W. Tsao, «Old bachelor acceptance: a new class of non-monotone threshold accepting methods,» *ORSA Journal on Computing*, nº 7, pp. 417-425, 1995.[ doi: 10.1287/ijoc.7.4.417]