

Optimización heurística de pilas rectangulares huecas de hormigón armado

Heuristic optimization of reinforced concrete hollow rectangular piers

Francisco Martínez Martín

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Cristian Perea de Dios

Diplom-Ingenieur

Víctor Yépes Piqueras

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Antonio Hospitaler Pérez

Doctor Ingeniero Industrial

Fernando González Vidosa

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

ETSI Caminos, Canales y Puertos - ETSI Ingenieros Industriales - Dpto. Ingeniería Construcción
Universidad Politécnica de Valencia

RESUMEN

El trabajo se centra en optimizar los costes de pilas rectangulares huecas de viaductos pretensados mediante métodos heurísticos y metaheurísticos, demostrando su efectividad. La evaluación de cada una de las soluciones se lleva a cabo mediante un módulo de comprobación según la Instrucción EHE y Eurocódigo 2. El cálculo de esfuerzos se realiza aplicando las cargas de la IAP-98 y la comprobación frente a inestabilidad se hace por el método de Arenas y Villegas. Los métodos heurísticos utilizados son la búsqueda aleatoria y el gradiente. Y los métodos metaheurísticos son la búsqueda de aceptación por umbrales y las colonias de hormigas. Todos los métodos de búsqueda han sido aplicados a una pila tipo de 23.97 m de altura. Se concluye que la colonia de hormigas es la metaheurística más eficiente de las 4 heurísticas comparadas.

SUMMARY

This paper deals with the optimization of costs of reinforced concrete rectangular hollow section piers used in road and railways construction. It shows the efficiency of four heuristic and metaheuristic optimization algorithms. The evaluation of each solution is performed using a computer module according to the Spanish Code EHE and Eurocode 2. The calculation of stress resultants applies loads according to the national IAP provisions and the verification against instability follows the method proposed by Arenas y Villegas. Heuristic methods used are the random walk and the gradient method. The metaheuristic methods used are the threshold

accepting method and the ant colony method. The four methods have been applied to the same rectangular hollow pier of 23.97 m of vertical height. The comparison of the four heuristic algorithms leads to the conclusion that the ant colony algorithm is more efficient

1. INTRODUCCION

El diseño tradicional de estructuras se caracteriza por el empleo de reglas de predimensionamiento sancionadas por la práctica. En estos términos, las dimensiones y los materiales de la estructura se suelen fijar por comparación con estructuras diseñadas con anterioridad, siguiendo, por tanto, la experiencia previa de los ingenieros proyectistas de estructuras. Consecuentemente, se suele predimensionar la estructura a partir de relaciones prácticas de canto/luz, formas de secciones, espesores de almas, esbelteces máximas, etc. Una vez definida la estructura, se procede al análisis de esfuerzos y al dimensionamiento de armaduras activas y pasivas que verifiquen los estados límite de servicio y últimos prescritos por la normativa. Sólo en los casos en que alguna de las dimensiones o resistencia de materiales son escasos o excesivos, se redefine la estructura por prueba y error; procediendo al reanálisis de la estructura en contadas ocasiones. Tal proceso da lugar a diseños seguros y conformes a la normativa; pero cuya economía queda, por tanto, muy ligada a la experiencia de los ingenieros proyectistas.

Los métodos de optimización de estructuras son una alternativa al diseño tradicional cuyo potencial es más que eviden-

te, especialmente en estructuras con elevadas mediciones de materiales. Con los métodos de optimización se elimina la necesidad de reglas de predimensionamiento, pudiendo iniciarse los cálculos con soluciones definidas aleatoriamente. Tales métodos se pueden clasificar en dos grandes grupos: los métodos exactos y los métodos heurísticos. Los métodos exactos son los más antiguos [1-5]. Se basan generalmente en obtener los óptimos mediante técnicas iterativas que reducen el problema a uno de optimización lineal a partir de las expresiones que definen la función objetivo y las restricciones estructurales. La función objetivo es la expresión que se desea optimizar (e.g. el peso de los elementos de una estructura de acero, el coste de una estructura de hormigón, etc.) Estos métodos son computacionalmente muy eficientes cuando el número de variables es reducido. Es decir, requieren pocas iteraciones para converger al óptimo. Sin embargo, en cada iteración suelen resolver un problema de optimización lineal condicionada, lo que encarece el tiempo de computación cuando el número de variables es alto.

El otro gran grupo son los métodos heurísticos, cuyo gran desarrollo va unido al desarrollo de la inteligencia artificial. Este grupo incluye un gran número de algoritmos de búsqueda de soluciones como, por ejemplo, los algoritmos genéticos, la cristalización simulada, las colonias de hormigas, la aceptación por umbrales, etc. [6-10]. Estos métodos están comprobado que funcionan en problemas muy distintos al de la optimización estructural. En ingeniería civil, cabe destacar las aplicaciones al estudio de acuíferos y conducciones de agua, a la planificación de proyectos y a la planificación de rutas de vehículos. Se trata de algoritmos sencillos, pero que requieren un gran esfuerzo computacional. Es decir, necesitan un gran número de iteraciones en los que evaluar la función objetivo y las restricciones del problema que se desea optimizar.

Entre los primeros trabajos de optimización heurística aplicados a la optimización de estructuras, cabe destacar las aportaciones en 1991-92 de Jenkins [11,12] y de Rajeev y Krishnamoorthy [13]. En ambos casos, aplicaron los algoritmos genéticos a la optimización del peso de elementos formados por perfiles metálicos. En cuanto al hormigón estructural, las primeras aplicaciones de 1997 incluyen el trabajo de Coello et al. [14], quienes emplearon algoritmos genéticos para la optimización de vigas de hormigón armado. Un año más tarde Rajeev y Krishnamoorthy [15] usaron por primera vez algoritmos genéticos en la optimización de pórticos de edificación de hormigón armado. Trabajos recientes destacables incluyen la optimización de vigas de hormigón armado en 2003 de Hrstka et al. y Leps y Sejnoha [16,17]; las aplicaciones de los algoritmos genéticos a los pórticos de edificación hormigón armado de Lee y Ahn y Camp et al. [18,19] y la optimización de edificios con forjados de losa maciza de Sahab et al [20]. Finalmente, también son mencionables los trabajos del grupo de investigación de los autores encaminados a la optimización de muros, pórticos y marcos de hormigón armado de obras de paso de carretera mediante técnicas de búsqueda por entornos como la cristalización simulada y la aceptación por umbrales [21-27].

Las pilas rectangulares huecas objeto de este trabajo son las que habitualmente se emplean en la construcción in situ de viaductos pretensados de carretera y ferrocarril. Se emplean principalmente con alturas por encima de los 20 m y se caracte-

rizan por ser la solución más funcional para resolver los apoyos intermedios de los viaductos. El contorno se suele aberenjar con rehundidos en las caras y chaflanes en las esquinas para mejorar la estética, lo que no quita generalidad al estudio de pilas rectangulares huecas. Las partes de las que consta la pila rectangular hueca son las siguientes (ver Figura 1): la cimentación superficial o profunda, el fuste principal rectangular hueco y el macizado superior que recibe el par de apoyos del tablero. La construcción se suele realizar mediante trepas de unos 5.00 m de altura. El canto de la sección se suele predimensionar entre un 1/10 y un 1/15 de la altura de la pila; y el espesor de las paredes entre 0.25 m y 0.40 m. Las dimensiones de la zapata dependen de la tensión admisible del terreno, teniendo que pilotar cuando no hay capacidad portante superficial suficiente. Los principales datos o parámetros que influyen en su diseño son la altura de la pila, las cargas verticales y horizontales que transmite el tablero y la tensión admisible del terreno. Generalmente se calculan para soportar las acciones prescritas por la IAP [28] y deben verificar las prescripciones de estados límite de la EHE [29].

El objetivo de este trabajo es el de investigar en la optimización heurística de este tipo de estructuras. La metodología ha consistido en tomar como variables las dimensiones, mate-

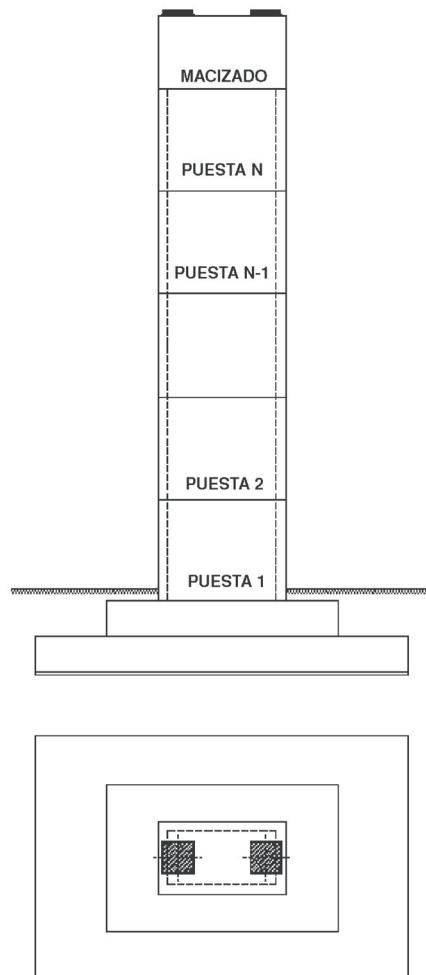


Figura 1. Pila rectangular hueca objeto del estudio.

riales y armados de la pila y desarrollar primero un módulo de cálculo de esfuerzos y comprobación de estados límite. Posteriormente se han programado cuatro heurísticas de búsqueda de coste óptimo. Las cuatro heurísticas han sido la búsqueda aleatoria, el método del gradiente, la aceptación por umbrales y las colonias de hormigas.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema de optimización de estructuras de hormigón que se plantea consiste en una optimización económica. Se trata de minimizar la función objetivo F de la expresión (2.1), verificando además las restricciones de la expresión (2.2)

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1, r} p_i * m_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.1)$$

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad (2.2)$$

Nótese que en la expresión (2.1) la función objetivo es una función de coste expresada por el sumatorio de precios unitarios por mediciones; y g_j en la expresión (2.2) son todas las restricciones o conjunto de estados límite que debe de verificar la estructura.

2.1. Variables

Se han considerado 95 variables para definir una solución de pila rectangular hueca. Estas variables son las que definen la geometría, los tipos de hormigones y los armados de la pila. El resto de datos necesarios para calcular una pila concreta son lo que denominamos parámetros en el apartado 2.2. Lógicamente los parámetros son datos de partida y no son objeto de optimización sino de futuros estudios paramétricos. La pila considerada en lo que sigue es la pila P-1 del viaducto principal del Regajo en la Autovía Sagunto-Sompot, tramo Variante de Viver. Se trata de la pila principal de un viaducto pretensado de canto variable de luces 60-90-60 m y una anchura de 11.80 m. La altura de la pila es de 23.97 m, construida en las 6 puestas que se representan en la Figura 2.

De las 95 variables cabe distinguir las 79 de la pila y las 16 de la cimentación. En lo que respecta a la pila, las 10 primeras variables son geométricas y se usan para definir los espesores frontal y lateral de las 5 puestas huecas en que se ha dividido la pila. Los espesores de cada puesta se impone que sean menores o iguales que los de la puesta inferior. El rango de variación admitido es de 0.25 m a 0.75 m con escalones de 0.025 m. Las 6 siguientes variables son la calidad del hormigón de las 6 puestas, que se admite que sean distintas y de valor decreciente con la altura. Estas calidades pueden variar entre el HA-25 y el HA-50 prescritos por la EHE. Y las 63 variables restantes se corresponden con el armado de la pila. La armadura longitudinal de la pila se define por la separación y el diámetro de las barras que se considera distinto en las caras frontales y laterales, así como en los paramentos exteriores e interiores; lo que supone 8 variables por puesta y un total de 48 variables en las 6 puestas. La separación se permite que oscile entre 0.10 y 0.30 m con escalones de 0.02 m

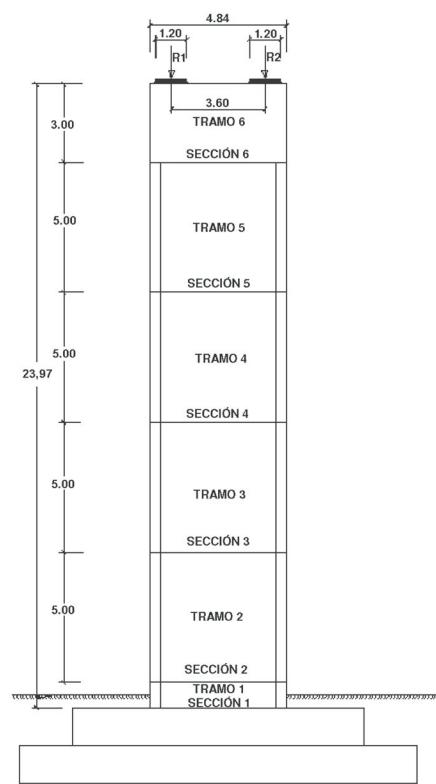


Figura 2. Geometría de la pila objeto del estudio.

y los diámetros considerados son 12, 16, 20, 25 y 32. El número de barras en una puesta es el mismo que en la inferior o la mitad si el número es par o la mitad más uno si el número es impar. En la que respecta al diámetro éste será igual o inferior que el de la puesta inferior. La armadura de cortante supone 3 variables por puesta hueca: la separación en vertical y los diámetros de barra del lado frontal y del lateral. La separación puede variar de 0.10 a 0.30 m con escalones de 0.025 m. Esta armadura supone un total de 15 variables (3 por 5 puestas huecas). Estas 15 variables con las 48 de armado longitudinal suman las 63 variables de armado. Finalmente el armado de refuerzo del macizado de cabeza se realiza de forma directa y se suma a la medición de armaduras pasivas. Es importante señalar que se ha optado por variables discretas y no continuas. Las tablas de armado incluyen diámetro de barra y separación de armaduras, lo que permite la comprobación detallada de todos los ELS-ELU.

Por su parte, las 16 variables que definen la zapata son las siguientes. Las 5 primeras son geométricas y definen el canto total de la zapata, las dimensiones en planta de la zapata y las dimensiones en planta del plinto. El plinto se considera que tiene un canto igual a la mitad del canto de la zapata. El canto total de la zapata puede variar entre 1.00 y 4.00 m con escalones de 0.10 m y las dimensiones de la zapata de 8.00 a 15.00 m con escalones de 0.25 m. Las 11 variables restantes son el tipo de hormigón y 10 variables de armado correspondientes al armado de la zapata y del plinto.

El conjunto de combinaciones de valores de las 95 variables lo denominaremos espacio de soluciones. Tal espacio es en la práctica ilimitado por lo que se conoce como explosión com-

Tabla 1. Principales parámetros de geometría y acciones de la pila

PARÁMETROS	VALORES
Dimensión transversal pila	4.84 m
Dimensión longitudinal pila	2.60 m
Altura pila	23.97 m
Altura zona maciza pila	3.00 m
Altura trepa encofrado	5.00 m
Número de apoyos	2
Separación apoyos	3.60 m
Dimensión transversal apoyo pila	1.20 m
Dimensión longitudinal apoyo pila	1.20 m
Densidad de las tierras	20.00 kN/m ³
Tensión admisible terreno	500.00 kN/m ²
Reacciones máxima carga ELS	15445, 14241 kN
Reacciones máximo par ELS	15690, 11442 kN
Reacciones mínima carga ELS	11724, 11708 kN
Deformación neoprenos	725.25 KN
Frenado tablero	262.12 kN
Viento tablero	1503.77 kN

binatoria; en nuestro caso el número de soluciones es del orden de 10^{99} . Cada vector de 95 valores define una solución de pila que tendrá un coste aplicando la expresión (2.1). Las soluciones que cumplen las restricciones de los estados límite de la expresión (2.2) las denominaremos soluciones factibles. Las que incumplan alguna restricción las denominaremos soluciones no factibles.

2.2. Parámetros

Los parámetros del cálculo de la pila son todas aquellas magnitudes que se toman como datos y que no son objeto de optimización. Se dividen en geométricos, de acciones sobre la pila, de propiedades del terreno, de coeficientes de seguridad y niveles de control considerados y de ambientes exteriores respecto de la durabilidad. Según se ha mencionado anteriormente, el principal parámetro geométrico es la altura de la pila que es de 23.97 m. Otros parámetros geométricos importantes son las dimensiones de la sección de la pila. El lado frontal es de 4.84 m y viene condicionado por el fondo del tablero. El lado lateral se ha fijado en 2.60 como en la pila construida. Este valor podría haber sido objeto de optimización, pero se ha preferido dejarlo constante para comparar los resultados de la optimización sin variar la sección de la pila (lógicamente la optimización de la dimensión lateral y la posible variación en altura de la sección de la pila será objeto de futuros trabajos de los autores [30]). Las acciones consideradas así como el resto de los principales parámetros del cálculo se resumen en la Tabla 1. Estos datos permanecen constantes para la calibración y comparación de los cuatro algoritmos heurísticos de optimización de los apartados 3 y 4.

2.3. Función de coste

La función objetivo considerada es la función de coste definida en la expresión (2.1), donde p_i son los precios unitarios y m_i son las mediciones de las unidades de obra consideradas. En la función de coste se incluyen no sólo el coste de los materiales, sino todas las unidades necesarias para la ejecución de la pila completa. Se incluyen, por ejemplo, la excavación de la cimentación y el relleno localizado en zapatas. Los precios básicos considerados se detallan en la Tabla 2. Estos precios se han obtenido de una encuesta entre contratistas y subcontratistas de obras públicas de carreteras en octubre de 2003.

Dadas las 95 variables de nuestro problema, la medición y valoración de una solución es inmediata. El principal esfuerzo de computación para evaluar una solución se centra principalmente en las restricciones o estados límite del siguiente apartado. En este punto es importante señalar que numerosos trabajos, especialmente los que aplican algoritmos genéticos, suelen transformar el problema en uno sin restricciones introduciendo penalizaciones en la función de coste cuando se incumplen las restricciones del problema. Las penalizaciones son pequeñas para incumplimientos leves y muy fuertes para incumplimientos mayores. En este trabajo se ha optado por trabajar sólo con soluciones factibles, descartándose todas las no factibles y el uso de penalizaciones.

2.4. Restricciones estructurales

Las restricciones estructurales de la expresión (2.2) son todos los estados límite que debe verificar el soporte y su cimentación. Téngase en cuenta que conocidos los 95 valores

Tabla 2. Precios de la función de coste

Unidad	Descripción	Precio unitario
Acero (B-500-S)	Material & Mano de obra	0,63[€/kg]
Encofrado	Encofrado zapata	18,00[€/m ²]
	Encofrado pila zona exterior	48,19[€/m ²]
	Encofrado pila zona interior	48,19[€/m ²]
	Chapa hormigonar zona maciza	120,48[€/m ²]
Hormigón	MO hormigonado zapata	5,41[€/m ³]
	MO hormigonado secciones huecas pila	9,02[€/m ³]
	MO hormigonado cabeza pila	7,21[€/m ³]
	Bomba	6,01[€/m ³]
	HA-25	45,24[€/m ³]
	HA-30	49,38[€/m ³]
	HA-35	53,90[€/m ³]
	HA-40	59,00[€/m ³]
	HA-45	63,80[€/m ³]
	HA-50	68,61[€/m ³]
Movimiento de tierras	Excavación	3,01[€/m ³]
	Relleno	4,81[€/m ³]

que definen una solución, se conoce la geometría, materiales y armados dispuestos. Nótese que se realiza una comprobación y no se intenta dimensionar las armaduras en el sentido habitual. En este sentido cabe señalar que generalmente se dimensionan las armaduras en ELU de flexión, para seguidamente comprobar y redimensionar en ELS de fisuración, y finalmente se dimensiona a cortante sin alterar la armadura longitudinal. Este orden convencional es efectivo, pero obvia otras posibilidades que la optimización heurística no descarta. Así, por ejemplo, se pueden eliminar armaduras de cortante con aumentos localizados de armadura longitudinal.

En lo que respecta al soporte, se deben de verificar los ELU de inestabilidad, cortante y fatiga y el ELS de fisuración. El ELU de inestabilidad es el que requiere mayor tiempo de computación y para su comprobación se ha seguido el método propuesto por Arenas y Villegas [31,32], siguiendo lo que se resume a continuación. En primer lugar, se adopta una excentricidad debida al defecto de construcción, para la que se adopta el valor en cabeza prescrito por el apartado 4.3.5.4 del Eurocódigo 2 [33] y se supone una deformada senoidal del defecto. A partir de las acciones mayoradas sobre la pila y del defecto de construcción se calcula la deformada por doble integración de las curvaturas en cada una de las secciones de cálculo, que coinciden con los cambios de puesta. Con esta deformada, se calculan los momentos de segundo orden que sumados a los de primer orden dan lugar a una primera comprobación de las distintas secciones en flexión esviada y a un nuevo cálculo de flechas. El cálculo de flechas se repite 3 iteraciones y se comprueba si el incremento de flecha es decreciente, en cuyo caso la pila es estable. El proceso se continua hasta que el incremento de flechas es menor que un 1% de la flecha total. Lógicamente en cada iteración se comprueba que

los esfuerzos en flexión esviada en todas las secciones son admisibles. La integración de secciones fisuradas se realiza por el método de cuadratura de Gauss-Legendre propuesto por Bonet et al [34]. En lo que respecta a las relaciones tensión-deformación y a los dominios de deformación en ELU se utilizan los prescritos por la EHE corregidos con el factor $1+\varphi^*$, donde φ^* es el coeficiente de fluencia reducido que tiene en cuenta los porcentajes de axil y momentos permanentes respecto de los valores totales.

Los cálculos de ELS de fisuración comprueban la relación entre la abertura de fisura obtenida y la máxima permitida según el ambiente. Por su parte, el ELU de cortante incluye las comprobaciones de los dos cortantes últimos. Y el ELU de fatiga verifica que no se exceden los incrementos tensionales prescritos por el Eurocódigo 2 de puentes [35]. Asimismo, se comprueban todas las restricciones de armaduras mínimas de flexión, cortante y geométricas prescritas por la EHE. Las zapatas se comprueban a partir de las tensiones obtenidas con las reacciones disponibles en ELS. Se emplea una distribución trapezoidal y triangular si hay despegue, admitiéndose un incremento del 25% en el valor de pico respecto de la tensión admisible. La comprobación de armaduras sigue lo prescrito en la EHE.

3. HEURISTICAS EMPLEADAS

Las cuatro heurísticas empleadas en este trabajo son la búsqueda aleatoria, el método del gradiente, la aceptación por umbrales y las colonias de hormigas. Los dos primeros métodos son lo que se denomina heurísticas, es decir, métodos que

proporcionan buenas soluciones; pero que no convergen al óptimo global. Los dos segundos se denominan metaheurísticas porque son capaces de resolver problemas difíciles de optimización combinatoria y además está comprobado que son aplicables a problemas de optimización de distinta naturaleza.

El primer método empleado es la búsqueda aleatoria o *random walk* [7], que consiste en generar soluciones dando valores aleatorios a las variables del problema. Cada solución se valora y se evalúa para comprobar si verifica las restricciones. El proceso se repite un número prefijado de iteraciones conservando la solución factible de menor coste. El algoritmo no alcanza generalmente ningún valor óptimo, pero sirve para explorar el espacio de soluciones y determinar el porcentaje de soluciones factibles respecto del total de generadas. Se programa porque sirve como generador de soluciones factibles que sirvan de partida a otras heurísticas.

El segundo método empleado es el método del gradiente [7]. Este método requiere una solución factible de partida. A partir de esta solución se aplican movimientos a los valores de las variables. Se entiende por movimiento una variación pequeña en más o en menos de los valores de varias o todas las variables que definen la solución actualizada. Dada una solución, se aplica un movimiento y se obtiene una nueva solución. Esta nueva solución se valora y se evalúa. Si mejora el coste y es factible, se adopta como nueva solución de partida. El proceso se repite hasta que las mejoras se agotan o se alcanza un número máximo de iteraciones sin mejora que se define como criterio de parada. El método mejora los resultados de la búsqueda aleatoria, pero es poco eficiente; ya que es conocido que converge a óptimos locales de los que no es capaz de salir. Se han programado un total de 4 movimientos. Los cuatro movimientos, M05, M15, M30 y M45, han consistido en variar aleatoriamente en más o menos un número de variables correspondientes al 5%, 15%, 30% y 45% del total de variables. Dado que la búsqueda es aleatoria las ejecuciones se repiten 9 veces para obtener valores medios y mínimos de la búsqueda. El interés de programar este método radica en obtener los movimientos más eficientes para centrarse en ellos en la metaheurística siguiente de la aceptación por umbrales.

Seguidamente, se ha programado la metaheurística de la aceptación por umbrales o *threshold accepting* (TA en adelante), que fue propuesto originalmente por Dueck y Scheuer [36]. Se parte de una solución inicial P_0 y se define un umbral inicial de aceptación de soluciones U_0 . Se da un movimiento a la solución como en el método del gradiente anterior y se valora y evalúa la nueva solución P_1 . La nueva solución se acepta si es factible y si el coste es menor que la anterior o, aunque sea mayor, si el incremento de coste es menor que el umbral que se permite. El umbral inicial de aceptación se va decreciendo hasta que se anula. En cada umbral se permite un número de iteraciones que reciben el nombre de cadena. El método permite salvar óptimos locales para umbrales altos y gradualmente converge al ir reduciendo a cero el umbral de aceptación. El principal movimiento empleado para este método ha sido el M15 estudiado para el gradiente (variación aleatoria del 15% de las 95 variables del problema), por lo que los resultados del siguiente apartado se darán bajo el nombre

de TA15 cuando se emplee este movimiento. El método requiere de calibración para ajustar el umbral inicial, el número de iteraciones y la longitud de los ciclos.

El último método programado es una variante del método de optimización por colonias de hormigas o *ant colony optimization* (ACO en adelante), que fue propuesto originalmente por Dorigo y otros [37]. El algoritmo está basado en la analogía del comportamiento de las colonias de hormigas en las labores de encontrar y explotar fuentes de alimentos. Una hormiga aislada no es capaz de hacer gran cosa, pero un conjunto de hormigas funcionan como un sistema inteligente. Cuando un conjunto de hormigas sale de un hormiguero en busca de comida, la trayectoria de cada una de ellas es en principio aleatoria. Sin embargo, las hormigas que encuentran comida dejan en el camino de ida y vuelta un rastro doble de feromonas. Cuando un segundo conjunto de hormigas sale de nuevo en busca de comida, las trayectorias dependerán de una componente aleatoria y del rastro de feromona dejado por las de la primera etapa. Sucesivas etapas refuerzan el rastro de caminos ya explorados o de nuevos y más cortos caminos en los que se mejora el rastro de feromona al pasar más hormigas en el mismo período de tiempo que por los más largos. Otra característica de la feromona es la evaporación, que hace que se pierda con el tiempo el rastro de caminos superados por otros mejores. En todo caso, la componente de aleatoriedad hace que no se pierda la diversificación en la búsqueda de caminos hacia el alimento.

La aplicación del método de colonias de hormigas que se ha empleado se explica a partir de las expresiones 3.1 a 3.4 y de las explicaciones siguientes:

$$\Delta T(t, k, i, j) = \left(\frac{p_{\min}}{p(k)} \right)^{100} \quad (3.1)$$

$$\Delta T(t, i, j) = \sum_{k=1, H} \Delta T(t, k, i, j) \quad (3.2)$$

$$T(t, i, j) = e_v \cdot \Delta T(t, i, j) \cdot \left(\frac{p_{\min}}{p_{\min, t}} \right)^{100} \cdot T(t-1, i, j) + \\ + \left(\frac{p_{\min}}{p_{\min, t}} \right) \cdot \Delta T(t, i, j) \quad (3.3)$$

$$P(t, k, i, j) = \alpha(t) \cdot \frac{T(t, i, j)}{T(t, i)} + \beta(t) \cdot R \quad (3.4)$$

El proceso de cálculo incluye un número de etapas con H hormigas generadas en cada etapa. En la primera etapa se generan H hormigas (soluciones) de manera aleatoria. El coste de la hormiga de menor coste pasa a ser p_{\min} , que será en general el menor coste de los encontrados en todas las etapas concluidas hasta el momento. El incremento de rastro $\Delta T(t, k, i, j)$ se calcula mediante la expresión (3.1), donde $p(k)$ es el coste de la hormiga k , t es el número de etapa, i es el número de variable y j es la posición elegida para la hormiga en cuestión. Nótese que

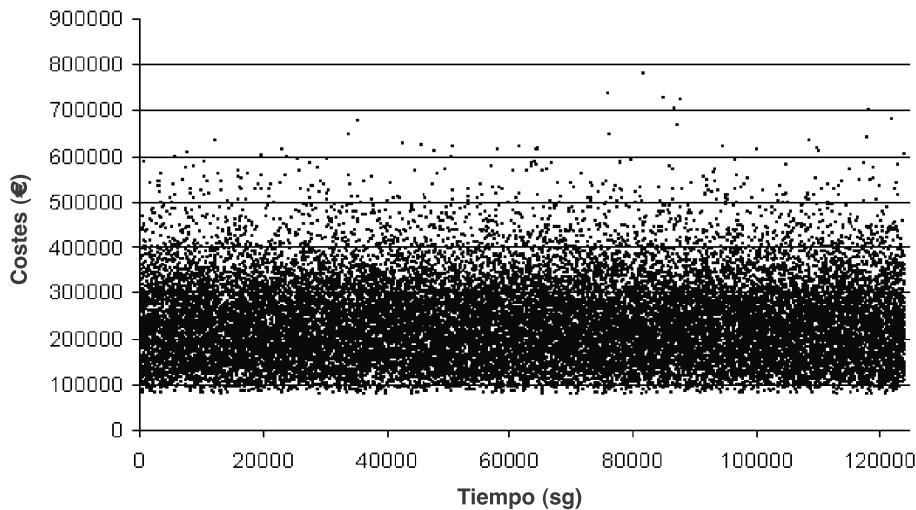


Figura 3. Resultados de coste del random walk.

el exponente 100 de la expresión es para primar que dejen mucho más rastro las hormigas exitosas en coste. A continuación se evalúa el incremento de rastro del conjunto de hormigas de la etapa mediante la expresión (3.2), que suma para cada índice i,j el rastro dejado por todas las hormigas. Conocido el incremento de rastro, se procede a calcular el rastro al finalizar la etapa t mediante la expresión (3.3), que dependerá del incremento de rastro y del rastro hasta la etapa anterior. En la expresión interviene $p_{\min,t}$ que es el menor coste de la etapa t de las H hormigas generadas en esta etapa. También interviene un coeficiente de evaporación e_v que se ha tomado igual a la unidad. Finalmente la expresión (3.4) nos da la probabilidad de que se escoja una posición j para la variable i , hormiga k , en la etapa t . En la expresión aparece $T(t,i)$ que es la suma de las trazas de todas las posiciones de la variable i , tras la etapa t . Obsérvese que aparecen 2 coeficientes α y β que ponderan que la elección se haga primando el rastro o que sea aleatoria ($\alpha+\beta=1$). R es un número aleatorio entre 0 y 1. En los resultados del siguiente apartado se ha probado con valores de 0.2-0.8 y de 0.8-0.2 para estudiar la influencia en la mayor o menor aleatoriedad en la generación de hormigas. Conocidas las probabilidades de cada posición j , se generan hormigas mediante el método de la ruleta teniendo en cuenta la mayor o menor probabilidad de cada posición.

nube de puntos para un tiempo de computación de unos 130000 segundos (36.11 horas de computación en Compaq Visual Fortran Professional 6.6.0 en un ordenador Pentium IV de 2.4 GHz). El porcentaje de soportes factibles respecto del total de tanteados es del 3.63% y el de zapatas factibles del 0.21%. Esto se debe a que el intervalo de variación de las variables está pensado para pilas de distinta dimensión y no está particularizado para ésta. El coste de la pila más barata es de 75307 euros y el de la más cara de 781170 euros, siendo el coste medio de 239952 euros. La desviación de la media respecto del valor mínimo es del 218.63%, lo que nos indica la gran dispersión del método.

4.2. Método del gradiente

Este método se programa para evaluar los movimientos más eficientes. Se han considerado 4 movimientos. Estos movimientos han consistido en variar aleatoriamente en más o en menos el 5%, 15%, 30% y 45% del total de las variables (movimientos M05, M15, M30 y M45), lo que corresponde a variar 4,12, 24 y 36 variables en el soporte y 1, 2, 5, 7 variables en la zapata. Dado que el procedimiento es aleatorio, los resultados se han repetido 9 veces para obtener resultados medios y mínimos.

El movimiento más efectivo ha resultado ser el M15 (variación del 15% de las variables). En la Figura 4 se representan los resultados de coste mínimo en función del tiempo de computación para los 4 movimientos empleados. Nótese que los tiempos de computación varían al haberse considerado distintos criterios de parada, que han sido de 50, 250, 500, 1000, 2000, 5000, 10000 y 20000 iteraciones sin mejora. El mejor resultado tiene un coste de 69931 euros usando el movimiento M15 y 1000 iteraciones sin mejora. Esta solución mejora un 7.14% el coste de la mejor obtenida con el random del apartado anterior. La desviación media de las 9 soluciones del experimento respecto del óptimo es del 4.60%, lo que indica una desviación de los resultados suficientemente baja. Consecuentemente, se optó preferentemente por este movi-

4. APPLICACIÓN DE LAS BÚSQUEDAS HEURÍSTICAS

Las cuatro heurísticas del apartado anterior se han aplicado a la misma pila de 23.97 m de altura cuyos principales parámetros se dan en la Tabla 1, con el objeto de poder comparar la eficiencia de las mismas. A continuación se detallan los principales resultados obtenidos.

4.1. Búsqueda aleatoria

Se realizó un experimento consistente en encontrar las primeras 50000 soluciones factibles. En la Figura 3 se detalla la

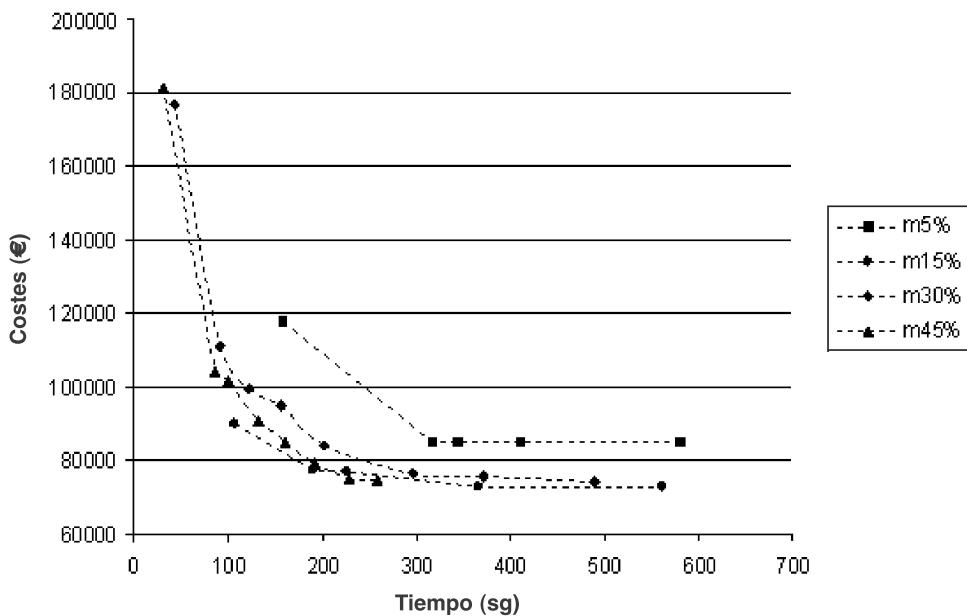


Figura 4. Costes versus tiempo de computación para los distintos movimientos del gradiente.

miento M03 para programar las siguiente metaheurística de la aceptación por umbrales.

4.3. Aceptación por umbrales

El *threshold accepting* (TA) se ha aplicado de nuevo a la misma pila de 23.97 m de altura objeto de resultados para las dos heurísticas anteriores (parámetros en Tabla 1). Dada su mayor efectividad en el método del gradiente, el método se ha programado con el movimiento M15 (variación aleatoria del 15% de las variables, dando lugar a la heurística TA15). Según se ha mencionado, el método requiere calibrar el umbral inicial, la longitud de las cadenas de ciclos y el coeficiente de reducción del umbral. El umbral inicial, se calibró usando el método propuesto por Medina para la cristalización simulada [38], que consiste en probar un umbral inicial y comprobar si el porcentaje de aceptaciones de soluciones peores está dentro

de un intervalo de porcentajes, doblando el umbral si el porcentaje es menor que el límite inferior y dividiendo por 2 si el porcentaje es mayor que el límite superior. Se ha probado con varios intervalos de aceptación del 10-30%, 30-50%, 50-70% y 70-90%. En cuanto a la longitud de las cadenas, se ha probado con 500, 1000 y 2000 ciclos por cadena. Y para el coeficiente de reducción se ha probado con 0.85 y 0.95. El criterio de parada adoptado a consistido en umbral menor del 1% del inicial y que no haya ninguna mejora en toda una cadena. Con todo se han probado 20 heurísticas cuyos resultados se resumen en la Tabla 3. En la Figura 5 se da un ejemplo de evolución del coste desde la solución inicial hasta los valores finales ya convergidos.

Según se deduce de la Tabla 3, la mejor heurística resulta ser la no.9, que tiene un coste mínimo de 69367 euros, con un valor medio de las 9 ejecuciones de 70863 euros y una desviación de los resultados respecto del mínimo del 2.16%. Estos

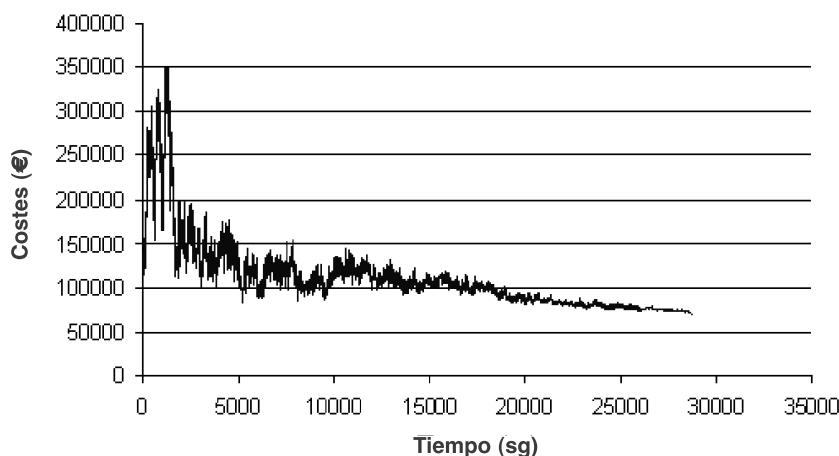


Figura 5. Típica evolución coste-tiempo del threshold accepting.

Tabla 3. Resultados de la búsqueda por aceptación por umbrales

Ejecución	Rangos	Disminución umbral	Longitud cadena	Coste medio(€)	Tiempo medio(sg)	Coste mínimo (€)	Desviación (%)
1	10%-30%	0.85	500	71610.10	1332.01	69946.69	2.38
2	10%-30%	0.85	1000	72101.80	2420.43	71047.39	1.48
3	10%-30%	0.85	2000	71150.38	4949.41	69528.32	2.33
4	10%-30%	0.95	500	71070.15	4978.82	69991.21	1.54
5	10%-30%	0.95	1000	70706.86	8292.43	69409.42	1.87
6	10%-30%	0.95	2000	70301.10	17469.34	69503.34	1.15
7	30%-50%	0.85	500	72690.93	2188.04	70312.62	3.38
8	30%-50%	0.85	1000	71971.68	4826.31	71006.54	1.36
9	30%-50%	0.85	2000	70863.86	10097.48	69367.94	2.16
10	30%-50%	0.95	500	72020.98	6504.30	70192.75	2.60
11	30%-50%	0.95	1000	71411.48	13810.55	69937.88	2.11
12	30%-50%	0.95	2000	71588.71	29540.56	69495.19	3.01
13	50%-70%	0.85	500	72685.32	3064.22	70769.27	2.71
14	50%-70%	0.85	1000	72205.56	5650.82	70549.35	2.35
15	50%-70%	0.95	500	72154.66	11326.16	70871.21	1.81
16	50%-70%	0.95	1000	71967.11	18078.55	70738.35	1.74
17	70%-90%	0.85	500	73042.80	3783.31	71501.56	2.16
18	70%-90%	0.85	1000	74084.74	7282.08	71708.18	3.31
19	70%-90%	0.95	500	72466.43	12230.32	71105.19	1.91
20	70%-90%	0.95	1000	72089.83	125879.52	70044.13	2.92

resultados se obtienen para la heurística TA15 con un rango del 30-50% para el umbral inicial, coeficiente de disminución del umbral de 0.85 y longitud de 2000 ciclos para las cadenas. Obsérvese que se mejora los resultados de costes con el método del gradiente en sólo un 0.8%, pero la dispersión de los resultados baja notablemente (era de un 4.60% en el gradiente por el 2.16% del TA15).

4.4. Optimización por colonias de hormigas

Finalmente, la optimización por colonias de hormigas (ACO) se ha aplicado a la misma pila de 23.97 m de altura. Para aplicar el algoritmo descrito en el apartado 3, se necesita definir los valores de α y β en la expresión (3.4), el núme-

ro de hormigas en cada etapa H y el número de etapas. Se han realizado experimentos para valores iniciales de $\alpha=0.2$ y $\beta=0.8$ y para valores iniciales de $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$. Los valores de $\alpha-\beta$ se hacen converger a 1 y 0 a medida que progresa el número de etapas. El número de hormigas considerado en cada etapa ha sido de 100, 500 y 1000. Y el número de etapas considerado ha sido de 25, 50, 75 y 100. Al igual que para el gradiente y la aceptación por umbrales se ha realizado nueve ejecuciones para cada heurística.

Los resultados obtenidos se detallan en las Tablas 4 y 5. De las tablas se deduce que los costes medios y la desviación de los resultados mejoran a medida que se aumenta el número de hormigas y el número de etapas. En este sentido, en la Figura 6 se observa esta tendencia. No obstante, se observa que la

Tabla 4. Resultados del ACO para $\alpha=0.2$ y $\beta=0.8$

nº Hormigas	nº Etapas	Coste medio (€)	Tiempo medio(sg)	Coste mínimo (€)	Tiempo mínimo (sg)	Desviación (%)
100	25	92821.77	478.34	84822.87	431.86	9.43
100	50	86666.31	993.63	79517.59	891.80	8.99
100	75	86016.15	1515.59	79517.59	1435.08	8.17
100	100	84288.17	2026.22	78168.38	1878.70	7.83
500	25	83666.40	2100.75	79373.38	1959.52	5.41
500	50	80796.20	4087.54	75752.39	3707.17	6.66
500	75	79502.77	6110.64	75752.39	5597.17	4.95
500	100	78766.19	8103.64	75752.39	7681.25	3.98
1000	25	79401.60	4062.74	76183.88	3902.38	4.22
1000	50	79018.25	7798.49	76183.88	7436.06	3.72
1000	75	78074.62	11566.61	75036.21	11086.72	4.05
1000	100	77924.60	15107.40	75036.21	14705.70	3.85

Tabla 5. Resultados del ACO para $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$

nºHormigas	nº Etapas	Coste medio (€)	Tiempo medio(sg)	Coste mínimo (€)	Tiempo mínimo (sg)	Desviación (%)
100	25	78357.19	746.90	74411.56	580.94	5.30
100	50	76452.22	1467.23	74302.35	1304.80	2.89
100	75	75869.65	2182.46	74302.35	1887.19	2.11
100	100	74705.44	3040.82	73445.38	2681.56	1.72
500	25	71633.87	4904.37	70849.21	2768.14	1.11
500	50	70508.05	10339.97	69802.92	5171.39	1.01
500	75	70301.97	16760.68	69798.92	9076.92	0.72
500	100	70030.43	22784.52	69384.13	12644.20	0.93
1000	25	71072.39	9332.38	70279.31	5845.80	1.13
1000	50	69972.84	20120.86	69572.13	13850.22	0.58
1000	75	69794.75	31877.05	69331.05	22865.91	0.67
1000	100	69651.04	45183.44	68862.21	31477.45	1.15

mejor solución se suele obtener antes de agotar el número de etapas. De la comparación de las Tablas 4 y 5 se concluye que se obtienen mejores resultados con $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$, lo que indica que se mejora al dar mayor peso inicial al rastro de las hormigas que a la aleatoriedad. Los mejores resultados se observan en la Tabla 5 para $H=1000$ y 100 etapas. El coste mínimo de esta heurística es de 68862 euros, que mejora un 0.73% los mejores resultados de la aceptación por umbrales (69367 euros). En cuanto a la desviación respecto del mínimo se observa que es sólo del 1.15%, lo que también mejora las desviaciones del mejor threshold (2.16%).

5. COMPARACION DE SOLUCIONES

En este apartado se detallan y comparan las soluciones obtenidas mediante los distintos métodos heurísticos. Los resultados se detallan en las Tablas 6 a 9.

En la Tabla 6 se detallan los espesores de pared y los hormigones en las distintas puestas para la pila construida y para los 4 métodos heurísticos. En la notación $b(1,k)$ es el espesor de la pared frontal de la puesta k y $b(2,k)$ es el espesor lateral de la puesta k. Por su parte, $fck(k)$ es la resistencia característica de la puesta k. Obsérvese que los menores espesores de pared se obtienen para las colonias de hormigas, que a su vez opta por mayores resistencias de hormigones.

En las Tablas 7 y 8 se detallan el número de barras y los diámetros de armado en las distintas puestas para la pila construida y para los 4 métodos heurísticos. En la notación la definición de variables es la siguiente, siendo k el número de puesta:

- $baes(1,k)$ es el número de barras en el lado frontal en el paramento exterior.
- $baes(2,k)$ es el número de barras en el lado lateral en el paramento exterior.

Tabla 6. Comparación de espesores de pared y hormigones

Variables	Construida	RW	DLS	TA	ACO
$b(1,1)$	0.400	0.325	0.375	0.350	0.250
$b(1,2)$	0.400	0.325	0.375	0.325	0.250
$b(1,3)$	0.400	0.325	0.375	0.300	0.250
$b(1,4)$	0.400	0.325	0.300	0.300	0.250
$b(1,5)$	0.400	0.325	0.275	0.250	0.250
$b(1,6)$	0.400	0.325	0.275	0.250	0.250
$b(2,1)$	0.400	0.300	0.500	0.525	0.275
$b(2,2)$	0.400	0.300	0.475	0.450	0.275
$b(2,3)$	0.400	0.300	0.450	0.325	0.275
$b(2,4)$	0.400	0.300	0.275	0.275	0.250
$b(2,5)$	0.400	0.300	0.275	0.250	0.250
$b(2,6)$	0.400	0.300	0.275	0.250	0.250
$fck(1)$	25	35	50	40	50
$fck(2)$	25	35	40	40	35
$fck(3)$	25	35	25	30	35
$fck(4)$	25	30	25	25	30
$fck(5)$	25	25	25	25	25
$fck(6)$	25	25	25	25	25

Tabla 7. Comparación de número de barras

Variables	Construida	RW	DLS	TA	ACO
baes(1,1)	42	22	36	15	15
baes(1,2)	42	22	36	15	15
baes(1,3)	42	22	36	15	15
baes(1,4)	42	22	36	15	15
baes(1,5)	42	22	36	15	15
baes(1,6)	42	22	36	15	15
bais(1,1)	30	22	21	27	15
bais(1,2)	30	22	21	14	15
bais(1,3)	30	22	21	14	15
bais(1,4)	30	22	21	14	15
bais(1,5)	30	22	21	14	15
bais(1,6)	30	22	21	14	15
baes(2,1)	22	8	9	12	13
baes(2,2)	22	8	9	12	13
baes(2,3)	22	8	9	12	13
baes(2,4)	22	8	9	12	13
baes(2,5)	22	8	9	12	13
baes(2,6)	22	8	9	12	13
bais(2,1)	14	9	6	11	10
bais(2,2)	14	9	6	11	10
bais(2,3)	14	9	6	6	10
bais(2,4)	14	9	6	6	10
bais(2,5)	14	9	6	6	10
bais(2,6)	14	9	6	6	10

Tabla 8. Comparación de diámetros de barra

Variables	Construida	RW	DLS	TA	ACO
diaes(1,1)	25	20	16	12	16
diaes(1,2)	25	20	16	12	16
diaes(1,3)	25	20	16	12	16
diaes(1,4)	16	20	12	12	16
diaes(1,5)	16	20	12	12	16
diaes(1,6)	16	16	12	12	16
diais(1,1)	25	20	16	16	16
diais(1,2)	25	20	16	16	16
diais(1,3)	25	20	16	16	12
diais(1,4)	16	12	16	16	12
diais(1,5)	16	12	12	16	12
diais(1,6)	16	12	12	16	12
diaes(2,1)	25	25	12	20	32
diaes(2,2)	25	25	12	20	32
diaes(2,3)	25	25	12	16	20
diaes(2,4)	16	20	12	16	12
diaes(2,5)	16	20	12	12	12
diaes(2,6)	16	20	12	12	12
diais(2,1)	25	32	12	25	16
diais(2,2)	25	32	12	25	16
diais(2,3)	25	32	12	25	16
diais(2,4)	16	25	12	16	16
diais(2,5)	16	12	12	16	12
diais(2,6)	16	12	12	16	12

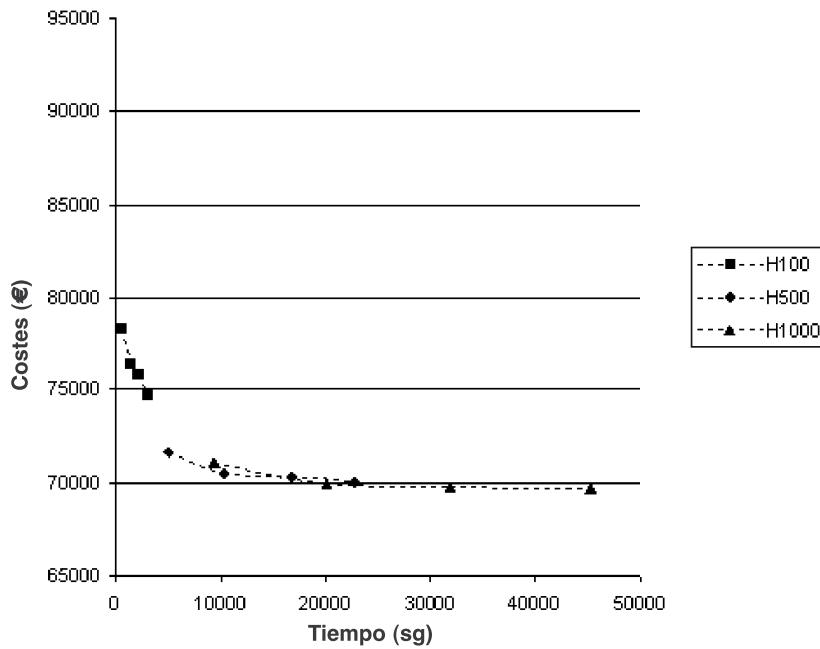


Figura 6. Variación de costes para el número de hormigas por etapa y el número de etapas.

- $bais(1,k)$ es el número de barras en el lado frontal en el paramento interior.
- $bais(2,k)$ es el número de barras en el lado lateral en el paramento interior.
- $diaes(1,k)$ es el diámetro en el lado frontal en el paramento exterior.
- $diaes(2,k)$ es el diámetro en el lado lateral en el paramento exterior.
- $diais(1,k)$ es el diámetro en el lado frontal en el paramento interior.

– $diais(2,k)$ es el diámetro en el lado lateral en el paramento interior.

Los resultados en arranques de la mejor solución por el algoritmo de las colonias de hormigas se resume en la Figura 7. Nótese que el hormigón en esta solución es HA-50 y que los espesores frontal y dorsal son 0.25 y 0.275 m.

Finalmente en la Tabla 9 se resumen las mediciones y cantidades de la pila construida y de las soluciones dadas por las 4 heurísticas. De la tabla cabe destacar que los kg/m de acero en el soporte varían poco para las 3 heurísticas DLS-TA-ACO. Sin embargo y dado que el ACO va a paredes de menor espesor, los kg/m³ varían notablemente de 62.55-65.20 kg/m³ para el DLS-TA a los 92.28 kg/m³ del ACO.

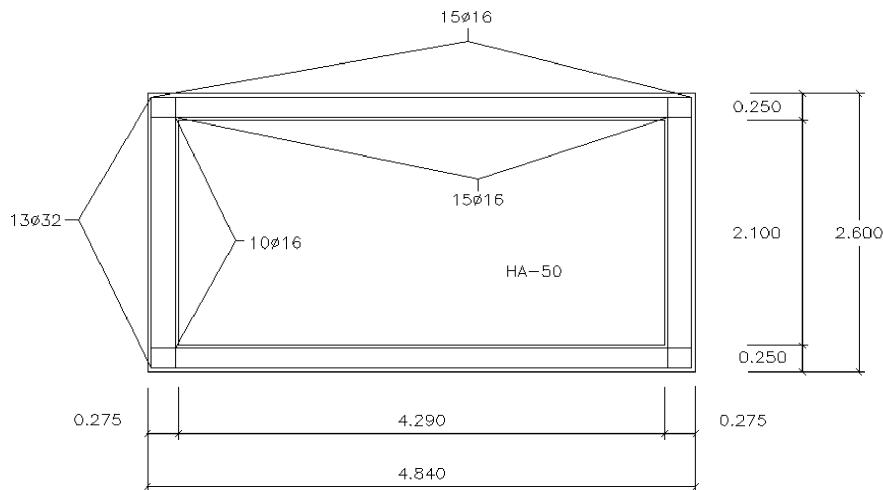


Figura 7. Dimensionamiento en arranques para el algoritmo ACO.

Tabla 9. Comparación de mediciones y cuantías para las 4 heurísticas

Elemento	Tipo	Construida	RW	DLS	TA	ACO
Zapata	Excavación(m ³)	619.65	368.55	383.77	397.48	397.48
	Relleno(m ³)	236.12	162.85	201.22	203.04	203.04
	Armadura(kg)	26432.29	15953.43	13137.85	11627.79	11382.46
	Encofrado(m ²)	133.40	85.80	111.58	112.83	112.83
	Hormigón(m ³)	383.53	205.70	182.55	194.44	194.44
	kg/m ³ horm.	68.92	77.56	71.97	59.80	58.54
	Armadura(kg)	3930.67	3883.76	3649.36	3649.36	3649.36
Zona maciza soporte	Encofrado(m ²)	57.22	57.22	57.22	57.22	57.22
	Hormigón(m ³)	37.75	37.75	37.75	37.75	37.75
	kg/m.l.soporte	163.98	162.03	152.25	152.25	152.25
	kg/m ³ horm.	104.12	102.88	96.67	96.67	96.67
	Armadura(kg)	18782.34	10299.22	6638.69	6367.72	6869.30
Zona hueca soporte	Encofrado(m ²)	564.18	579.85	566.91	572.73	589.59
	Hormigón(m ³)	111.38	90.50	106.14	97.67	74.44
	kg/m.l.soporte	783.58	429.67	276.96	265.65	286.58
	kg/m ³ horm.	168.63	113.80	62.55	65.20	92.28

6. CONCLUSIONES

En vista de lo expuesto anteriormente, cabe señalar las siguientes conclusiones:

- La generación aleatoria de soluciones no es eficaz, dado que sólo un 3.63% de las soluciones de soportes resultan factibles y que la dispersión de resultados es de un 218.63%. Sin embargo, el generador aleatorio de soluciones factibles resulta fundamental en la aplicación de las otras 3 heurísticas.
- Del estudio del gradiente, se deduce que el mejor movimiento estudiado ha resultado ser el M15, consistente en variar aleatoriamente el 15% de las 95 variables de la pila.
- En la comparación de las 4 heurísticas empleadas, la más eficaz ha resultado ser la optimización por colonias de hormigas con 1000 hormigas por etapa y 100 etapas, así como con valores de $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$ en la expresión (3.4). El TA ha resultado similar en resultados de costes (un 0.73% más caro) con una parametrización de 30-50% de aceptaciones para el umbral inicial, coeficiente reductor de 0.85 y longitud de cadenas de 2000 ciclos.
- Las soluciones estructurales resultan similares en términos de kg/m de alzado de pila. Sin embargo, la optimización por hormigas va a mayores cuantías de kg/m³ con menores espesores de pared y mayores resistencias de hormigón.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Hernández S. "Métodos de diseño óptimo de estructuras", Ed. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, C. Señor 8, 402 pp, ISBN 843800038X, 1990.

[2] Goberna M.A., Jornet V. y Puente R. "Optimización lineal. Teoría, métodos y modelos.", Ed. McGraw-Hill, 329 pp, ISBN 8448140729, 2004.

[3] Torrano Mtnez. M.S. "Diseño óptimo de secciones y elementos estructurales de hormigón armado", tesis doctoral, Dpto. Estructuras y Construcción, Un. Politécnica Cartagena, 215 pp, 2003.

[4] Moragues J.J. "Diseño óptimo de estructuras aporticadas de hormigón armado", tesis doctoral, ETSI Caminos Valencia, Universidad Politécnica de Valencia, 1980.

[5] Gasch M. "Optimización de estructuras de forjados reticulares", tesis doctoral, Dpto. Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras. Universidad Politécnica de Valencia, 1991.

[6] Jones M.T. "Artificial intelligence application programming", Ed. Charles River Media, 363 pp, ISBN 1584502789, 2003.

[7] Díaz A., Glover F., Ghaziri H.M., González J.L., Laguna M., Moscazo P., Tseng F.T. "Optimización heurística y redes neuronales", Ed. Paraninfo, 235 pp, Madrid 1996, ISBN 8428322694.

[8] Holland J.H. "Adaptation in natural and artificial systems", Ed. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.

[9] Goldberg. "Genetic algorithms in search, optimization and machine learning", Ed. Addison-Wesley, 412 pp, ISBN 0201157675, 1989.

[10] Yepes V. y Medina J.R. "Economic heuristic optimization for the heterogeneous fleet VRPHESTW", ASCE Journal of Transportation Engineering, Vol. 132, No. 4 pp. 303-311, 2006.

[11] Jenkins W.M. "Structural optimization with the genetic algorithm", The Structural Engineer, Vol. 69, No. 24/17, pp 418-422, December 1991.

- [12] Jenkins W.M. "Plane Frame Optimum Design Environment Based on Genetic Algorithm", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No. 11, pp. 3103-3112, November 1992.
- [13] Rajeev S. and Krisnamoorthy C.S. "Discrete optimization of structures using genetic algorithms", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No. 5, pp. 1233-1250, May 1992.
- [14] Coello C.A., Christiansen A.D. y Santos F. "A simple genetic algorithm for the design of reinforced concrete beams", Engineering with Computers, Vol. 13, pp. 185-196, 1997.
- [15] Rajeev S. y Krisnamoorthy C.S. "Genetic algorithm-based methodology for design optimization of reinforced concrete frames", Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, Vol. 13, pp. 63-74, 1998.
- [16] Hrstka O., Kucerova A., Leps M. y Zeman J. "A competitive comparison of different types of evolutionary algorithms", Computers and Structures, Vol. 81, pp 1979-1990, 2003.
- [17] Leps M. y Sejnoha M. "New approach to optimization of reinforced concrete beams". Computers and Structures, Vol. 81, pp 1957-1966, 2003.
- [18] Lee C. y Ahn J. "Flexural design of reinforced concrete frames by genetic algorithm", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 129, No. 6, pp 762-774, 2003.
- [19] Camp C.V., Pezeshk S. y Hansson H. "Flexural design of reinforced concrete frames using a genetic algorithm", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 129, No. 1, pp. 105-115, 2003.
- [20] Sahab M.G., Ashour A.F. y Toporov V.V. "Cost optimisation of reinforced concrete flat slab buildings, Engineering Structures, Vol. 27, pp. 313-322, 2005.
- [21] Carrera M., Alcalá J., Yépes V. y González-Vidosa F. "Optimización heurística de pórticos de paso de carretera de hormigón armado", Hormigón y Acero, No. 236, pp 85-95, 2005.
- [22] Alcalá J., Carrera M., Yépes V. y González-Vidosa F. "Cristalización simulada aplicada a la optimización económica de muros ménsula de contención de hormigón armado", Hormigón y Acero, No. 236, pp 97-108, 2005.
- [23] Paya I., Yépes V., Clemente J. and González-Vidosa F. "Optimización heurística de porticos de edificación de hormigón armado", Rev. Int. Met. Num. Calc. Dis. Ing. 2006; en prensa.
- [24] González-Vidosa F., Yépes V., Alcalá J., Carrera M. and Perea, C. "Simulated annealing optimization of walls, portal and box reinforced concrete road structures", en Proceedings of the Ninth International Conference on Computer Aided Optimum Design in Engineering, Skiathos (Greece), May 2005, pp. 175-186.
- [25] Perea C., Paya I., Yépes V. and González-Vidosa F. "Heuristic optimization of reinforced concrete road bridges and frames", en Proceedings Second FIB Congress, Naples, June 2006.
- [26] Paya I., Yépes V., González-Vidosa F. and Hospitaler A. "Multiobjective simulated annealing optimization of concrete building frames", en Proceedings of the IABSE Symposium, Budapest, September 2006.
- [27] Perea C., Yépes V., Alcalá J., Hospitaler A. and González-Vidosa F. "Heuristic optimization of reinforced concrete road bridge frames", en Proceedings of the Eighth Conference on Computational Structures Technology, Las Palmas (Spain), September 2006.
- [28] M. Fomento. "IAP-98. Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera", Ed. M.Fomento, 79 pp, OM 12 febrero 1998.
- [29] M. Fomento. "EHE-98. Instrucción de hormigón estructural", Ed. M.Fomento, 470 pp, RD 2661/1998.
- [30] Martínez Martín F. "Optimización heurística de pilas rectangulares huecas de hormigón armado", tesis doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, Dpto. Ingeniería de la Construcción, en curso.
- [31] Arenas J.J. y Villegas L.M. "Estudio de una pila esbelta en ménsula de hormigón armado, con sección y armaduras variables a lo largo de su altura, solicitadas por acciones contenidas en uno o en sus dos planos principales", Hormigón y Acero, No. 149, pp 15-43, 1983.
- [32] Villegas L.M y Arenas J.J. "Diagramas axil-momento-curvaturas (N - M_x - M_y - C_x - C_y) de una sección de hormigón armado solicitada por una flexo-composición plana o biaxial", Hormigón y Acero, No. 148, pp 61-86, 1983.
- [33] CEN. "Eurocódigo 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación", Ed. AENOR, 213 pp, 1991.
- [34] Bonet J.L., Romero M.L., Miguel P.F. y Fernández M.A. "A fast stress integration algorithm for reinforced concrete sections with axial loads and biaxial bending", Computers and Structures, Vol. 82, pp. 213-225, 2004.
- [35] CEN. "Eurocódigo 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 2: Puentes de hormigón", Ed. AENOR, 89 pp., 1996.
- [36] Dueck G. and Scheuert T. "Threshold accepting: A general purpose optimization algorithm superior to simulated annealing", Journal of Computation Physics, 161-175, 1990.
- [37] Dorigo M., Maniezzo V. y Colorni A. "The ant system: optimization by a colony of cooperating agents", IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B, Vol. 26, No.1, pp.29-41, 1996.
- [38] Medina J.R. "Estimation of incident and reflected waves using simulated annealing", ASCE Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 127, No. 4, pp.213-221, 2001.