Se extrae un volumen de tierras con tres explanadoras distintas. Con la primera de ellas se obtiene un beneficio del p% cuando se ha excavado un a% del total, el b% del resto se ha excavado con la segunda con un beneficio del q%. ¿Qué beneficio debería sacar la tercera de las máquinas con lo que resta de excavar para que el beneficio total del trabajo fuese del r%?

Solución:

Llamemos *c* al coste total de extraer todo el volumen de tierras.

El coste de extracción con la primera explanadora será de $\frac{a \cdot c}{100}$, y el beneficio obtenido será $\frac{a \cdot c}{100} \cdot \frac{p}{100}$.

Con la segunda explanadora, el coste de extracción será de $c \cdot \left(1 - \frac{a}{100}\right) \frac{b}{100}$, y el beneficio obtenido será $c \cdot \left(1 - \frac{a}{100}\right) \frac{b}{100} \cdot \frac{q}{100}$.

Con la tercera explanadora, el coste de la extracción será $c \cdot \left(1 - \frac{a}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{b}{100}\right)$, y el beneficio de $c \cdot \left(1 - \frac{a}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{b}{100}\right) \cdot \frac{x}{100}$.

El beneficio total será:

$$\frac{ac}{100}\frac{p}{100} + c\left(1 - \frac{a}{100}\right)\frac{b}{100}\frac{q}{100} + c\left(1 - \frac{a}{100}\right)\left(1 - \frac{b}{100}\right)\frac{x}{100} = \frac{rc}{100}$$

donde es sencillo despejar x.

Se va a construir un depósito para riego en forma de paralelepípedo que minimice la superficie en contacto del mismo con el terreno. La profundidad de la excavación será de 4,50 metros. Las características del suelo son las siguientes: la densidad relativa de las partículas sólidas es G=2,6026, el índice de huecos es e=0,54 y la humedad es del 12%. Se han de transportar las tierras mediante cinco camiones de 3 t y diez de 1,5 t de carga, respectivamente. En pocas horas, los camiones han transportado 375 t. Para completar el trabajo en plazo, se ha de transportar el resto de las tierras en un intervalo de tiempo 2 horas menor que el ya transcurrido. Se completó el transporte incentivando a los conductores que comenzaron a hacer un viaje por hora más que antes. Determinar cuántas horas emplearon en transportar el volumen total y también el número de viajes por hora que se hacían al principio, sabiendo que los camiones más pequeños hacen un viaje por hora más que los grandes. Se supone que todos los camiones van completamente cargados en cada viaje.

Solución:

El volumen del paralelepípedo, por simetría radial será $V=ab^2$, siendo a la profundidad y b la dimensión de los lados de la base. La superficie en contacto con el suelo valdrá $S=b^2+4ab=b^2+4V/b$. Para minimizar la superficie, derivamos la expresión e igualamos a cero:

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}b} = -\frac{4V}{b^2} + 2b = 0$$

y despejando,

$$b = \sqrt[3]{2V} = \sqrt[3]{2ab}$$

quedando

$$b = 2a$$

De este modo, como la profundidad de la excavación es de $4{,}5$ m, el volumen excavado es $V=4{,}5\cdot(2\cdot 4{,}5)^2=364{,}50\ \mathrm{m}^3$.

El peso específico aparente del material es:

$$\gamma = \gamma_d(1+\omega) = \frac{\gamma_s}{1+e}(1+\omega) = \frac{2{,}6026}{1+0{,}54}(1+0{,}12) = 1{,}893\ \mathrm{t/m^3}$$

El peso total a excavar será de $1{,}893\mathrm{x}364{,}50=690$ t.

Llamando p al número de viajes por hora realizados por los camiones de 3 t y h el número de horas empleadas en transportar las primeras 375 t se plantea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} h\cdot\left[5\cdot 3\cdot p + 10\cdot 1{,}5\cdot(p+1)\right] &= 375 \\ (h-2)\cdot\left[5\cdot 3\cdot(p+1) + 10\cdot 1{,}5\cdot(p+2)\right] &= 690-375 \end{aligned}\right\}$$

cuya solución es $h=5$ y $p=2$.

Tres cargadoras juntas pueden mover un acopio de materiales en t horas. La primera, trabajando sola, puede hacer la tarea dos veces más deprisa que la tercera y una hora más rápida que la segunda. ¿Cuánto tardaría cada una de ellas por separado en realizar la tarea completa?

Solución:

Si se supone que la primera máquina es capaz de completar el trabajo en x horas, obtenemos la ecuación

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{2x}=\frac{1}{t}$$

y despejando queda:

$$x=\frac{1}{4}\left(5t-2+\sqrt{25t^2+4t+4}\right)$$

La velocidad de desvalorización de un equipo por el uso del mismo es proporcional, en cada momento dado, a su coste real. Siendo el coste inicial V_0, decir cuál será el valor del equipo después de t años.

Solución:

Se plantea la siguiente ecuación diferencial $\frac{d(V_0-V)}{dt}=\kappa V$. Esta ecuación se puede integrar por variables separadas del siguiente modo:

$$\frac{dV}{V}=-\kappa\cdot dt$$
$$\int\frac{dV}{V}=-\int\kappa\cdot dt$$
$$\ln V=-\kappa\cdot t+\chi$$
$$V=e^{(-\kappa\cdot t+\chi)}=\vartheta\cdot e^{-\kappa\cdot t}$$

Con la condición que el coste de adquisición es V_0, la expresión queda:

$$V=V_0\cdot e^{-\kappa\cdot t}$$

Referencias:

- YEPES, V. (2015). Coste, producción y mantenimiento de maquinaria para construcción. Editorial Universitat Politècnica de València, 155 pp.
- YEPES, V. (1997). Equipos de movimiento de tierras y compactación. Problemas resueltos. Colección Libro Docente nº 97.439. Ed. Universitat Politècnica de València. 253 pág.