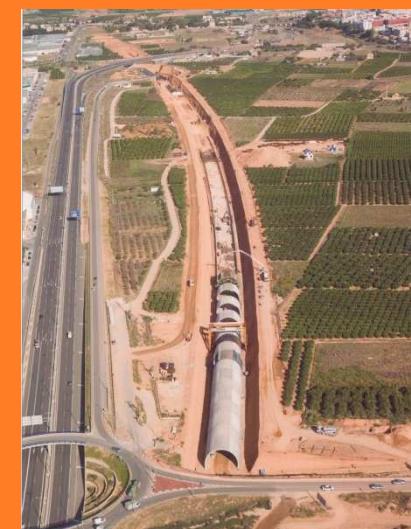
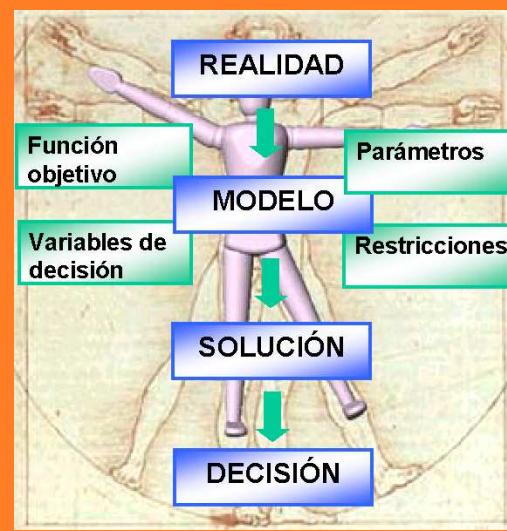
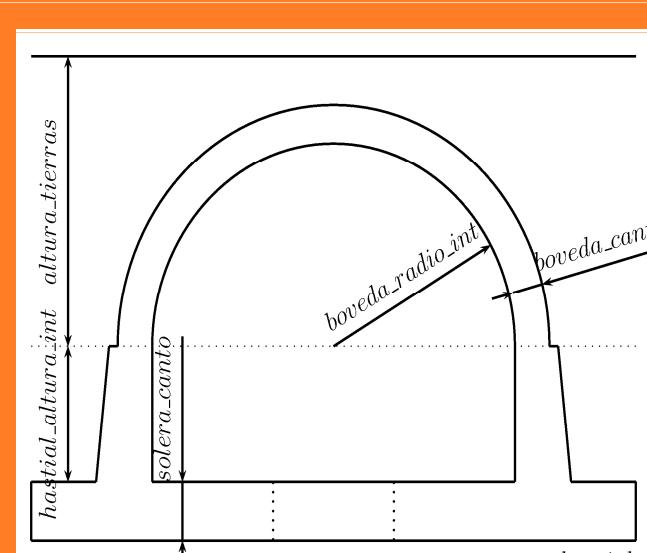


# Teoría del valor extremo como criterio de parada en la optimización heurística de bóvedas de hormigón estructural

V. Yepes\*

A. Carbonell

F. González-Vidosa

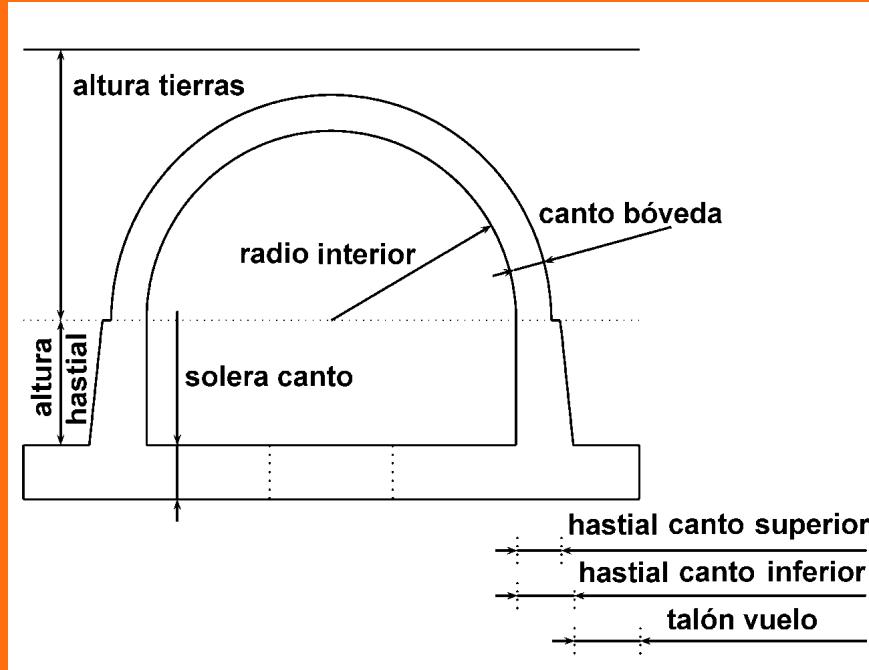


# Índice

1. Introducción
2. El problema de optimización
3. La función de distribución de Weibull
4. Resultados y discusión
5. Conclusiones

# 1. Introducción

bóvedas de hormigón estructural



longitud > 300 m

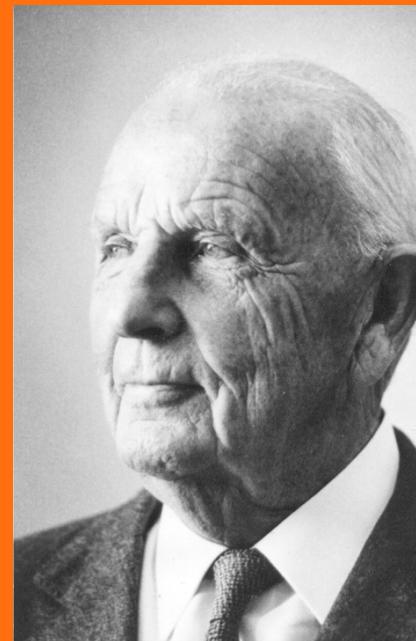
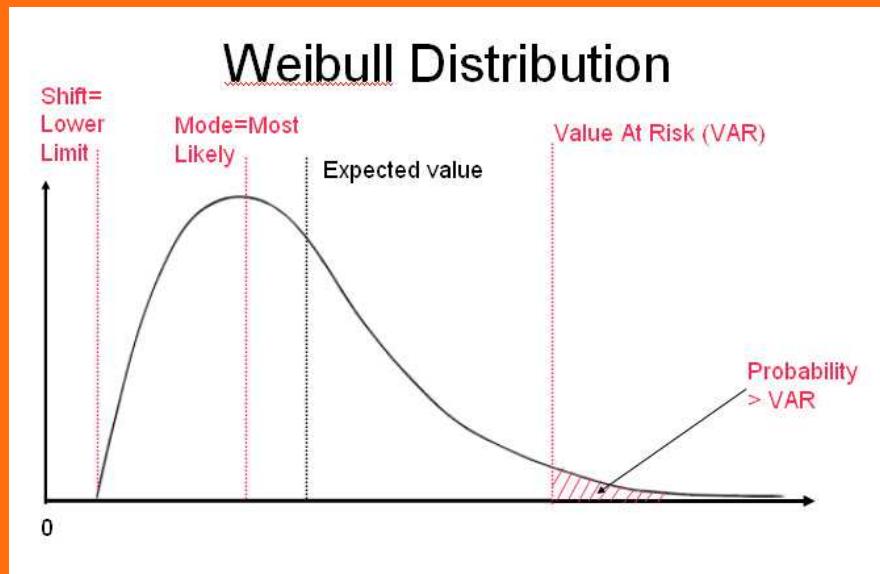
sobrecarga tierras > 5 m



# 1. Introducción

**Objetivo:** diseño de una metodología que determine el número de veces que un algoritmo multiarranque de búsqueda exhaustiva debe reiniciarse para que el mejor resultado no difiera más de un umbral predeterminado respecto a un valor teórico

**Propuesta:** Teoría del Valor Extremo.

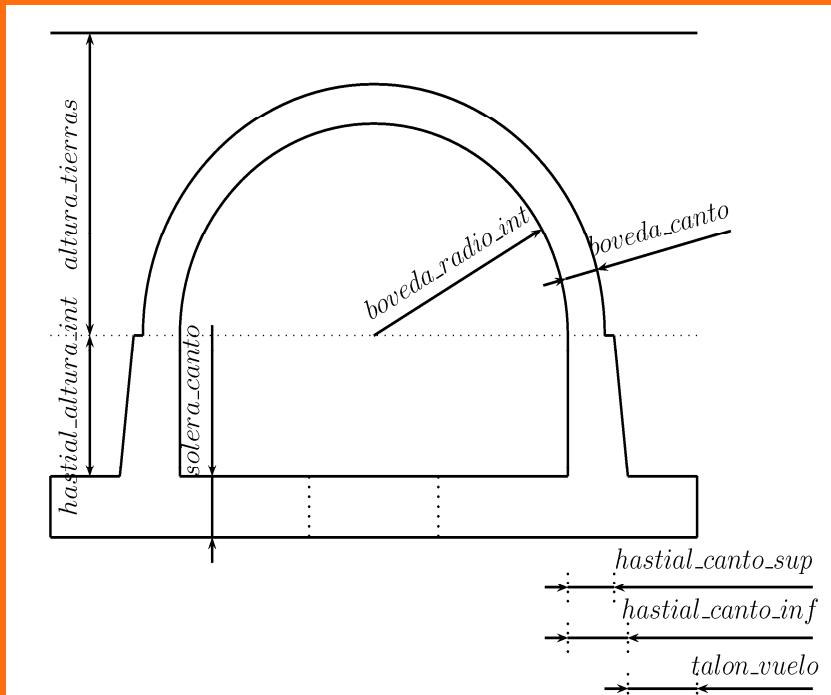


Waloddi Weibull: 1887-1979

# 1. Introducción

## Caso de estudio:

Cargas horizontales y verticales de acuerdo con las Normas Españolas



Parámetro	Valor
Luz libre horizontal	12,40 m
Altura vertical de los hastiales	3,00 m
Cobertura de tierras	1,00 m
Peso específico del relleno	20 kN/m <sup>3</sup>
Rozamiento interno del relleno	30°
Coeficiente de balasto del suelo	10 MN/m <sup>3</sup>
Sobrecarga distribuida	4 kN/m <sup>2</sup>
Vehículo pesado	600 kN
Flecha límite del vano	1/250
Coeficiente seguridad cargas	1,6
Coeficiente seguridad hormigón	1,5
Coeficiente seguridad acero	1,15
Clase específica de exposición ambiental EHE	IIa

## 2. El problema de optimización

### - Problema de optimización condicionada:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & F(\vec{X}) = \sum p_i * m_i(\vec{X}) \\ & \vec{X} = (x_1, \dots, x_n) \\ & \vec{P} = (p_1, \dots, p_m) \\ \text{sujeto a:} & g_i(\vec{X}, \vec{P}) \leq 0 \quad i=1, \dots, k \end{array}$$

función objetivo  
variables de diseño  
parámetros  
restricciones



## 2. El problema de optimización

### 2.1 Función objetivo

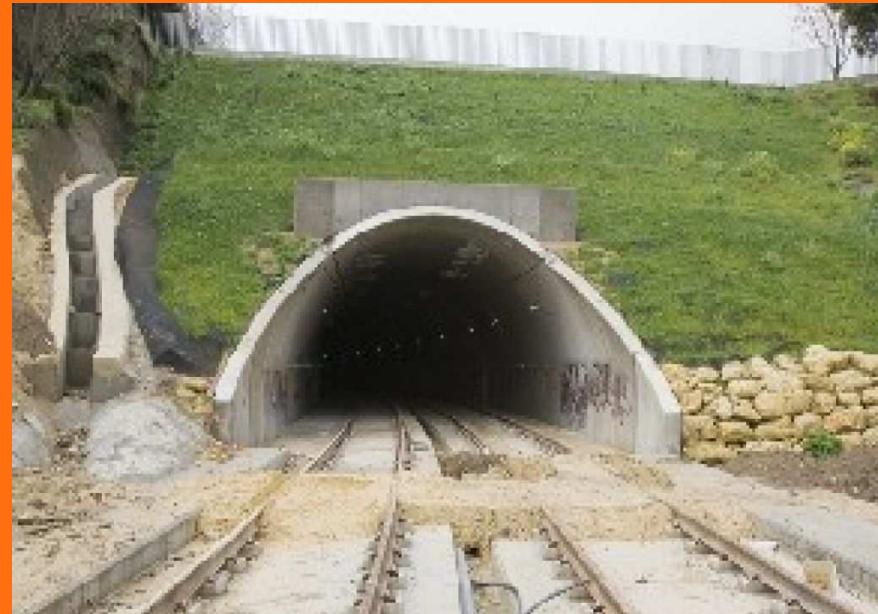
- Coste económico, C :

$$C = \Sigma(C_{\text{hormigón}} + C_{\text{acero}} + C_{\text{cimbra}} + C_{\text{encofrado}} + C_{\text{tierras}}) + \text{Penalización}$$

donde  $C_i = p_i \times m_i$ ,

$p_i$ : precio unitario

$m_i$ : medición



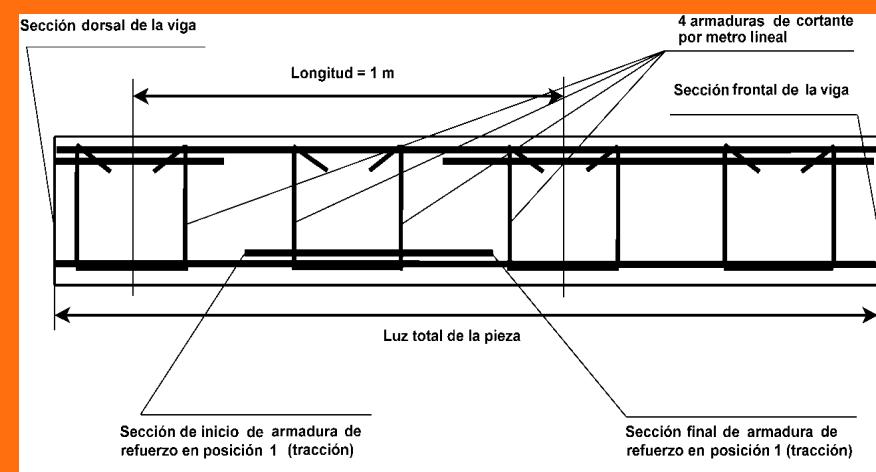
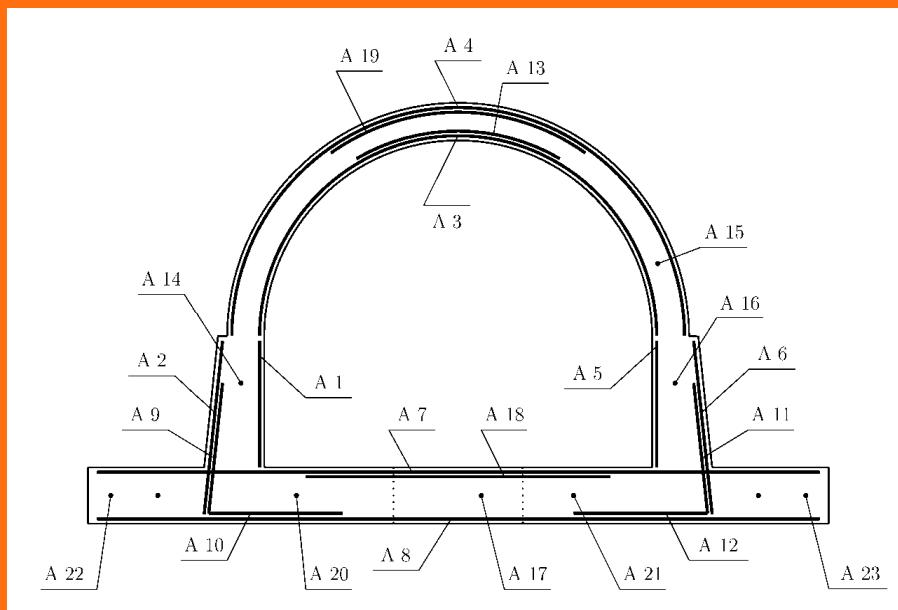
Unidad de obra	Coste (€)
Kg Acero B 500 S	1.000
m³ Encofrado cimientos	9.015
m² Encofrado muros	12.621
m² Encofrado dintel	21.035
m³ Cimbra	10.818
m³ Colocación hormigón zapatas	3.606
m³ Colocación hormigón hastiales	5.409
m³ Colocación hormigón losa	4.508
m³ Bomba para colocación hormigón	4.808
m³ Hormigón HA-25	43.724
m³ Hormigón HA-30	46.579
m³ Hormigón HA-35	49.434
m³ Hormigón HA-40	52.289
m³ Hormigón HA-45	55.144
m³ Hormigón HA-50	57.999
m³ Excavación tierras	3.010
m³ Relleno tierras	4.810

## 2. El problema de optimización

### 2.2. Variables de diseño

45 variables:

- 5 variables geométricas
  - 3 tipos de hormigón
  - 1 modulación armado sección transversal
  - 4 modulaciones de armadura de cortante
  - 32 variables de armaduras
- } todas las variables discretas



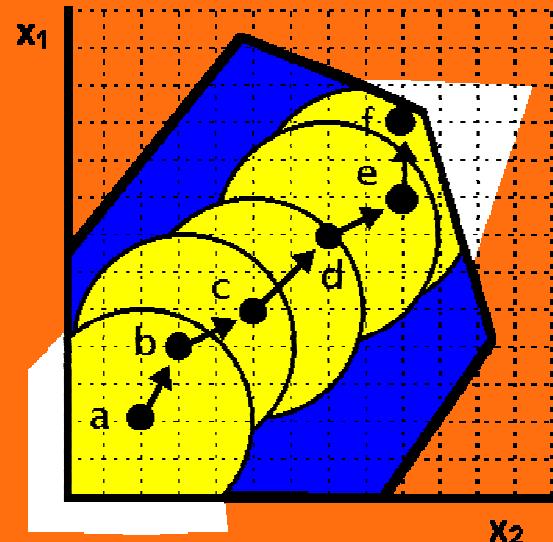
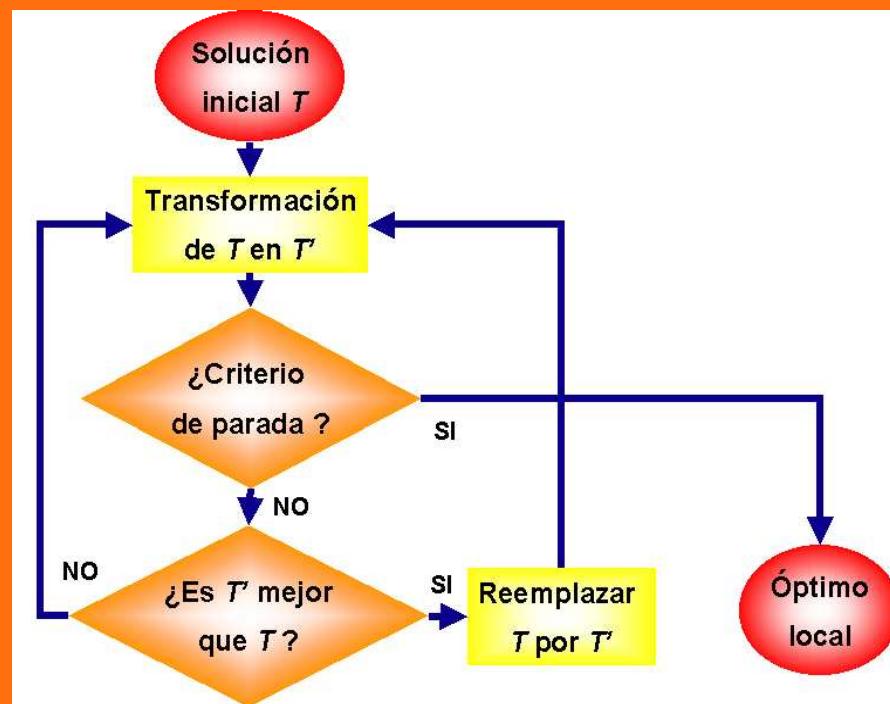
## 2. El problema de optimización

### 2.4. Búsqueda exhaustiva de máximo gradiente GB

**Global Best (GB):** explora exhaustivamente todo el entorno y reemplaza la solución actual por la de menor coste del vecindario.

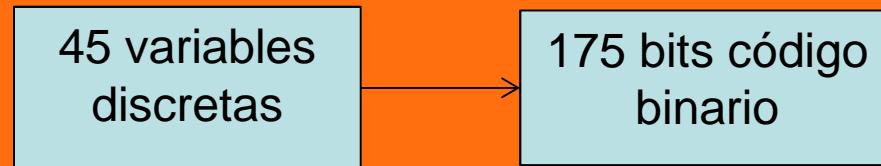
**Criterio de parada:** cuando no mejora.

**Inconveniente:** estancamiento en un óptimo local de baja calidad.



## 2. El problema de optimización

### 2.4. Definición del movimiento



$1,34 \cdot 10^{44}$  soluciones

**Movimiento:** explorar todas las soluciones que difieren un solo dígito binario.

**Inconveniente:** Hamming Cliff.

Código decimal	Código binario
7	0111
8	1000
511	0111111111
512	1000000000



¡Cuatro cambios de dígitos!

¡Diez cambios de dígitos!

## 2. El problema de optimización

### 2.4. Definición del movimiento

**Código Gray:** permite el paso de un número al siguiente mediante un solo cambio de dígito.

Decimal	Gray	Binario
0	000	000
1	001	001
2	011	010
3	010	011
4	110	100
5	111	101
6	101	110
7	100	111

### FORTRAN 77

Ordenador personal Intel I7 de 2,94 GHz  
y 3 Gbyte de RAM

10492 iteraciones tardan 11,54 segundos

### 3. La función de distribución de Weibull

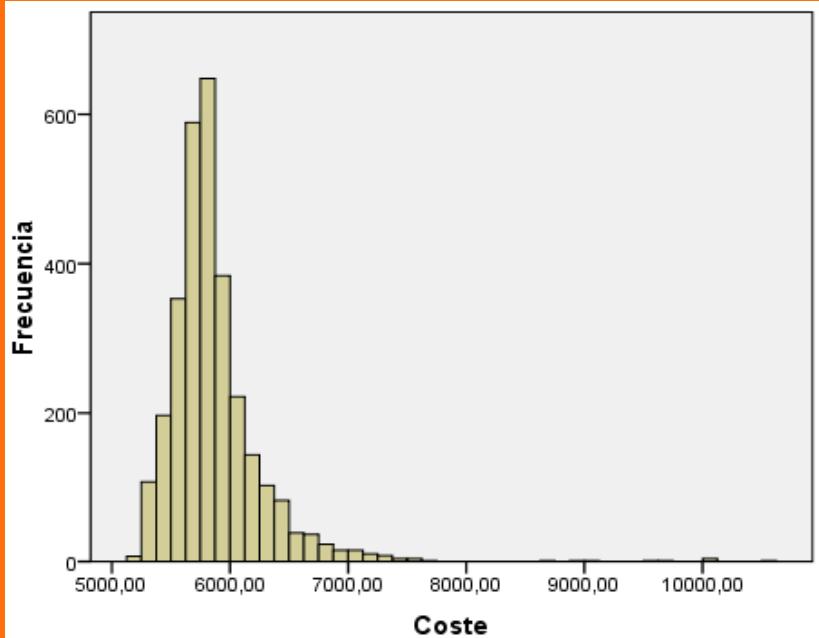
La función de 3 parámetros de Weibull representa la distribución de valores extremos de muestras aleatorias simples de tamaño creciente.

Se asume que el espacio de soluciones discreto se aproxima suficientemente bien a esta distribución continua debido al desorbitado número de soluciones.

$$F_X(x_0) = \begin{cases} 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x_0 - \gamma}{\eta}\right)^\beta\right\}, & x_0 > \gamma \\ 0, & x_0 \leq \gamma \end{cases}$$

El parámetro de posición  $\gamma$  estima el óptimo global del problema de optimización.

## 4. Resultados y discusión



Ajuste por mínimos cuadrados:

$$\gamma = 5140,31; \eta = 809,30; \beta = 2,49$$

coeficiente de correlación = 0,9798

(ReliaSoft's Weibull++7)

$$C_{\min} \text{ (3000 ejecuciones)} = 5182,13 \text{ € (0,81%)}$$

No hay razón para rechazar la hipótesis nula de pertenencia de la muestra a la distribución de Weibull:

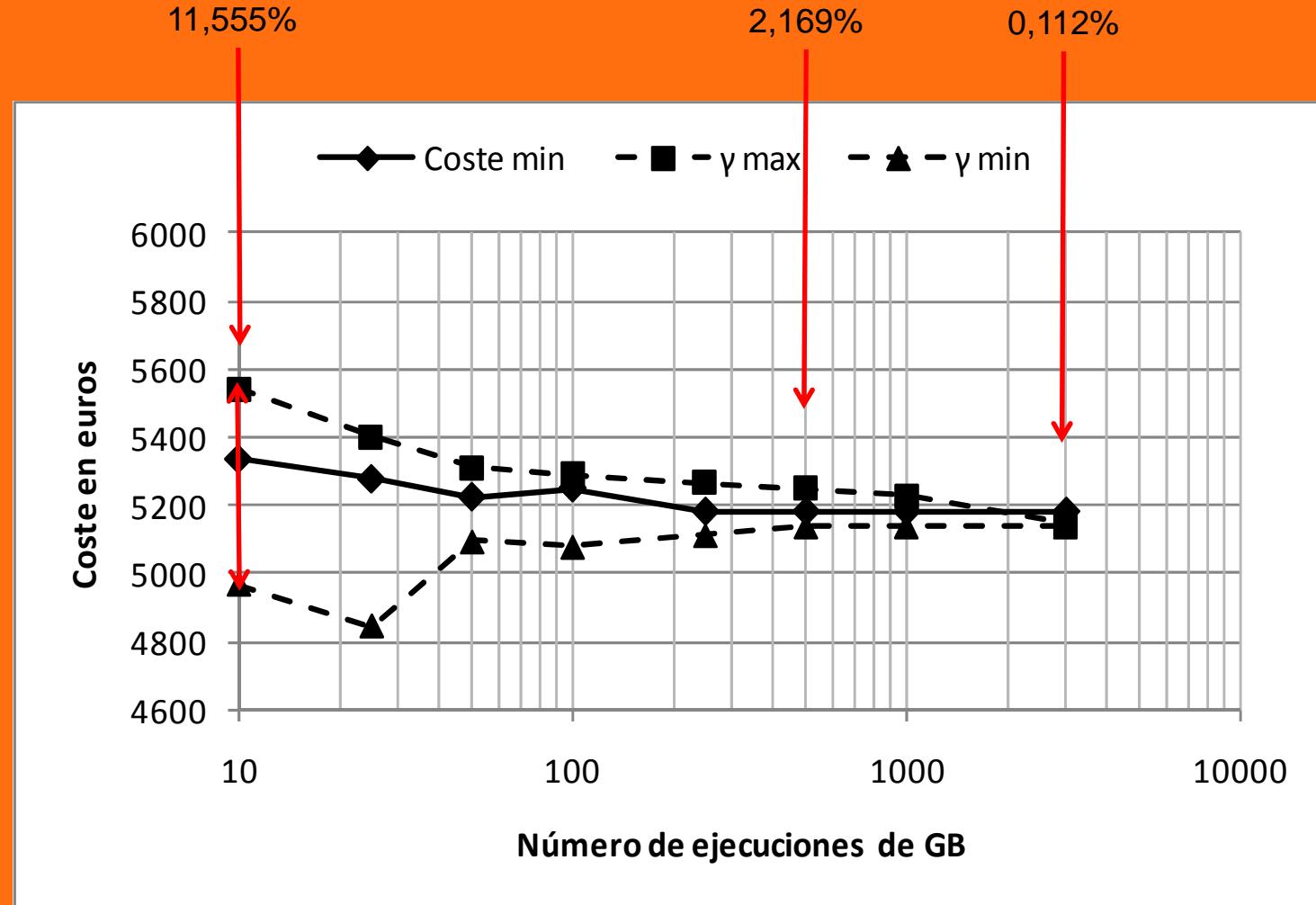
- Kolmogorov-Smirnov
- Chi cuadrado de Pearson

Los óptimos locales obtenidos por GB son independientes:

- Contraste de rachas de Wald-Wolfowitz

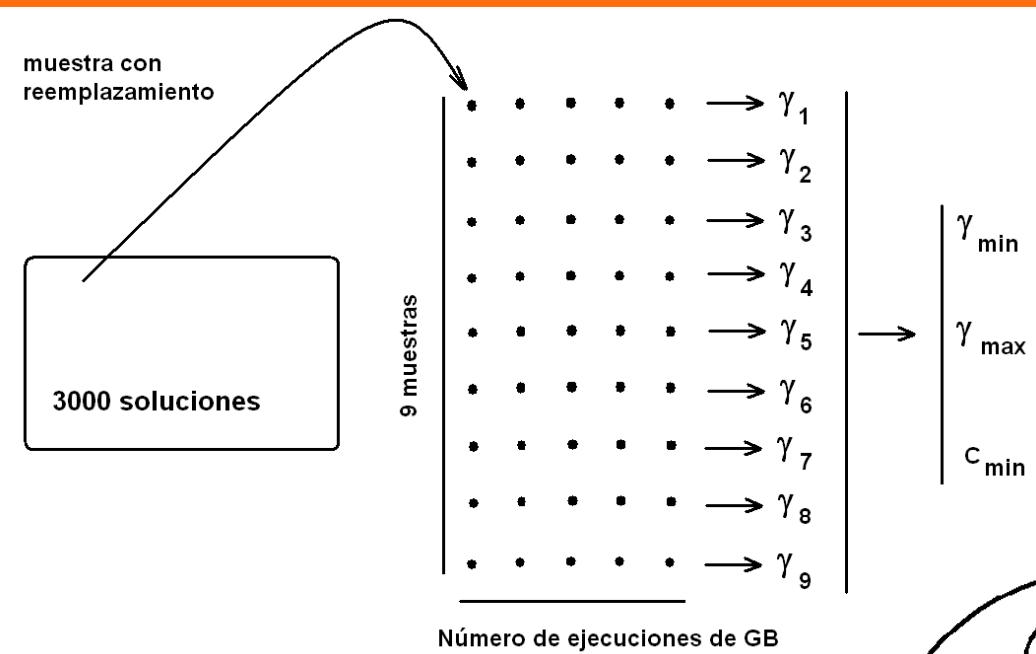
Coste un 5,7% inferior al caso de una bóveda real construida

## 4. Resultados y discusión



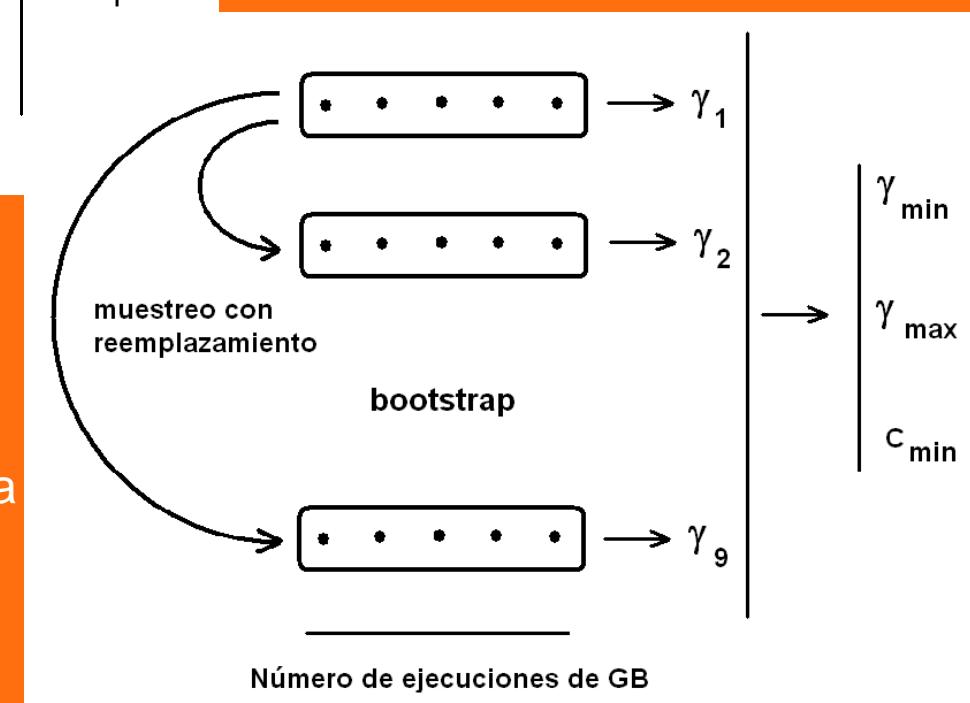
Coste mínimo ( $C_{min}$ ) y parámetros de posición estimados ( $\gamma$ ) para 9 muestras extraídas con reemplazamiento

## 4. Resultados y discusión

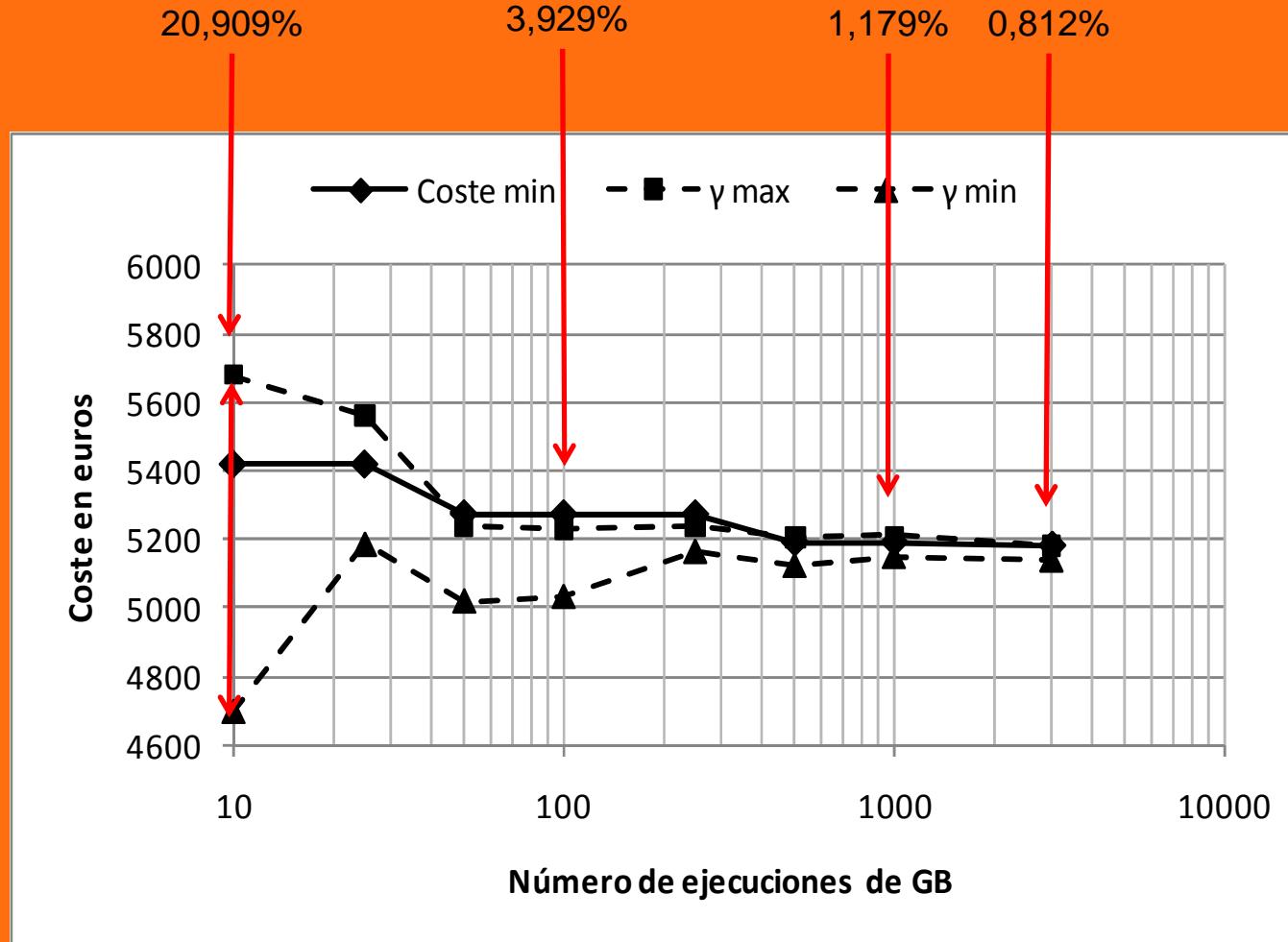


### Bootstrap:

- Tratar una muestra aleatoria de  $n$  observaciones como si fuera toda la población.
- Se extraen nuevas muestras utilizando el reemplazamiento.



## 4. Resultados y discusión



Coste mínimo ( $C_{\min}$ ) y parámetros de posición estimados ( $\gamma$ ) mediante bootstrap para 9 muestras

## 4. Resultados y discusión

La determinación del número de ejecuciones de una heurística multiarranque se puede basar en el cumplimiento de dos condiciones:

- La diferencia entre el mejor óptimo local encontrado y el óptimo global estimado es menor a cierto umbral previo.

\* Por ejemplo, del 2%

- La diferencia  $y_{\max} - y_{\min}$  es menor a un valor prefijado.

\* Por ejemplo, del 1%

682 ejecuciones de GB son suficientes en el caso de estudio (2,19 horas de cálculo).

## 5. Conclusiones

Se ha comprobado en el trabajo que:

- Los óptimos locales encontrados por GB para minimizar el coste de una bóveda se ajustan a una distribución Weibull de 3 parámetros.
- La Teoría del Valor Extremo puede estimar el óptimo global para el problema con muestras extraídas de un algoritmo de optimización heurística.
- Se establece un método objetivo para determinar el número de ejecuciones necesario en un método heurístico multiarranque.

¡Gracias por su atención!

# Teoría del valor extremo como criterio de parada en la optimización heurística de bóvedas de hormigón estructural

V. Yepes\*

A. Carbonell

F. González-Vidosa

