

Optimización de rutas mediante la búsqueda en entornos variables y aceptación por umbrales estocásticos

Josep R. Medina

Departamento de Ingeniería e Infraestructura de los Transportes, Universidad Politécnica de Valencia, España

Víctor Yepes

Departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Valencia, España

RESUMEN

La ponencia presenta un procedimiento de resolución aproximada en la optimización económica de rutas de reparto con flotas de vehículos heterogéneas y horarios de servicio flexibles VRPHESTW basado en la búsqueda probabilista en entornos variables y en la aceptación por umbrales estocásticos. Se ha ensayado en un problema concreto la eficacia de la búsqueda con múltiples operadores, así como la ventaja del empleo de la aceptación por umbrales. Sin embargo, la introducción de ruidos estocásticos gaussianos en los umbrales no ha representado una mejora significativa del procedimiento.

1. INTRODUCCIÓN

La optimización de la asignación de rutas de reparto a una flota de vehículos “*vehicle routing problem*” (VRP) constituye un problema que afecta a los resultados económicos de las empresas de transporte. En la literatura científica pueden encontrarse algunas aplicaciones, como, por ejemplo, en la planificación ferroviaria (Cordeau *et al.*, 1998) o aérea (Barnhart *et al.*, 1998). Sin embargo, muchos problemas VRP reales sólo pueden resolverse eficientemente con algoritmos de optimización aproximados debido a su complejidad computacional (ver Lenstra and Rinnooy Kan, 1981).

En las últimas décadas se han publicado una gran variedad de heurísticas y metaheurísticas para optimizar el problema de las rutas con horarios de servicio “*vehicle routing problem with time windows*” (VRPTW). Con todo, los problemas reales requieren modelos de transporte más completos que incorporen restricciones tales como la presencia de flotas heterogéneas y la flexibilización de los horarios de reparto “*vehicle routing problem with a heterogeneous fleet of vehicles and soft time windows*” (VRPHESTW) (ver Yepes, 2002). Asimismo, las restricciones legales y sociales, así como la calidad del servicio también se deben incluir dentro de una función objetivo de tipo económico, que contemple los ingresos y los costes de las operaciones de transporte (Medina y Yepes, 2003).

La búsqueda secuencial por entornos se ha aplicado ampliamente en la optimización de los problemas de rutas. Dada una solución inicial, un operador de cambio y una estrategia de aceptación, queda definido un óptimo local. Permitiendo cierta degradación de la función objetivo en la solución modificada se pueden eludir los óptimos locales que se alcanzarían con una aceptación de máximo gradiente con estrategias tales como la cristalización simulada

“simulated annealing” (SA) (ver Kirkpatrick *et al.*, 1983), la aceptación por umbrales “threshold accepting” (TA) (ver Dueck y Scheuer, 1990) o la búsqueda tabú “tabu search” (TS) (ver Glover, 1989). Otro procedimiento que permite en ocasiones superar óptimos locales se basa en el cambio sistemático del operador, y por tanto de su entorno. Este método propuesto por Mladenovic y Hansen (1997) se denomina búsqueda en entornos variables “variable neighborhood search” (VNS).

En la ponencia se presenta una variante de VNS basada en la elección probabilista de un operador distinto en cada movimiento. Además, se formula un nuevo procedimiento basado en la aceptación por umbrales, donde el umbral queda modificado por un ruido estocástico procedente de una distribución normal. Todo ello se ensaya con un problema de rutas del tipo VRPHESTW donde, además, se emplea una función objetivo de tipo económico, unas jornadas laborables con distintos costes y con tiempos de viaje dependientes del tiempo de acceso y alejamiento a cada nodo (congestión, tráfico, etc.).

2.- LA ACEPTACIÓN POR UMBRALES.

La aceptación de una solución que difiere de la actual en una cantidad inferior a un umbral predefinido es un algoritmo propuesto por Dueck y Scheuer (1990) que, a diferencia del descenso de máximo gradiente, tolera opciones de peor calidad para eludir los óptimos locales (ver Figura 1). Esta degradación estratégica de la solución en curso es compartida por la cristalización simulada, aunque en este caso el criterio de aceptación es probabilista, dependiendo de la diferencia de los valores de la función objetivo en la solución actual y la candidata, y de un parámetro de control denominado “temperatura” (ver Kirkpatrick *et al.*, 1983).

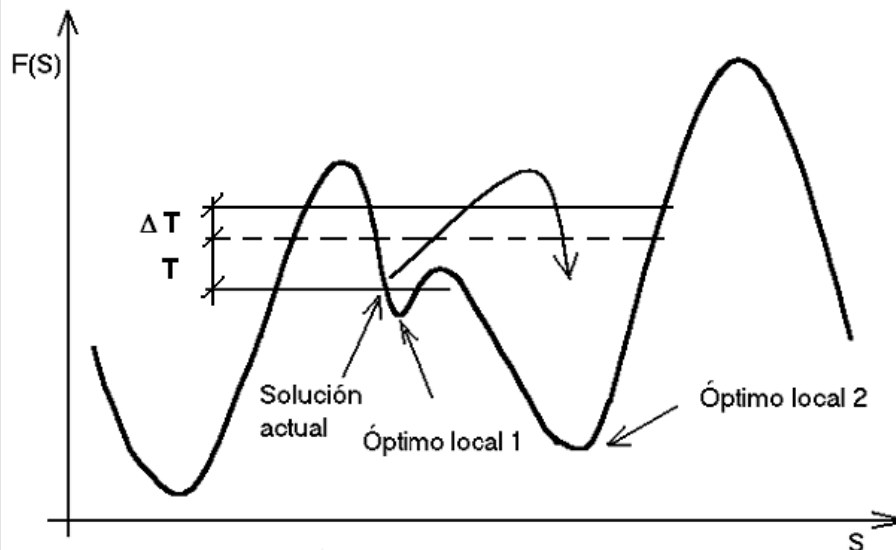


Fig. 1 – Búsqueda local mejorada por el criterio de aceptación por umbrales.

El esquema básico que gobierna la aceptación por umbrales es el siguiente:

1. Seleccionar una solución inicial.
2. Elegir un umbral inicial, $T > 0$.
3. Buscar una solución del entorno y evaluar ΔE (incremento de la función objetivo). Si $\Delta E > -T$, aceptar el movimiento.
4. Después de no conseguir ninguna mejora durante un tiempo, o tras un número de iteraciones, reducir T .
5. Volver al paso 3 hasta encontrar un criterio de terminación.

Fig. 2 – Descripción genérica de la aceptación por umbrales (Dueck y Scheuer, 1990).

3. DESCRIPCIÓN DE LA ACEPTACIÓN POR UMBRALES ESTOCÁSTICA.

El algoritmo propuesto es una variante de la aceptación por umbrales, donde se admite un ruido estocástico, ΔT , que se suma al umbral en curso (ver Figura 1). La Figura 3 describe genéricamente la aceptación por umbrales estocástica “*stochastic threshold accepting*” (STA). La solución inicial requerida por el paso 1 de la Figura 3 se obtiene con una heurística económica de construcción secuencial de rutas derivada de la propuesta por Solomon (1987) denominada HESECOR (Yepes, 2002). Para obtener el ruido gaussiano requerido, ΔT , (paso 3.b de la Figura 3) se utiliza la transformación de Box-Muller (ver Ross, 2002) descrita en la Figura 4. Además, el umbral medio en cada iteración (punto 3.f de la Figura 3) se gobierna con la Ecuación 1 (ver Yepes, 2002):

$$T_i = T_0 \cdot 2^{\left(-\frac{i}{M \cdot \alpha}\right)} \quad (1)$$

Donde, T_i : es el umbral en curso

T_0 : es el umbral inicial

i : número de iteración

M : número total de iteraciones

α : parámetro regulador del descenso

La elección aleatoria de una solución vecina a la actual (paso 3.a de la Figura 3) se basa en la búsqueda probabilista en entornos variables (ver Yepes, 2002). Se trata de elegir con una probabilidad determinada un operador de entre un conjunto. Éstos han sido los siguientes:

- **Movimientos dentro de una ruta:** se emplea el operador *relocate* (un nodo salta a otro lugar dentro de la ruta) y el *swap* (dos nodos de la ruta se intercambian entre sí).
- **Movimientos entre dos rutas:** se utiliza el operador *CROSS-exchange* (Taillard *et al.*, 1997) y dos casos particulares, el movimiento *2-opt** (Potvin y Rousseau, 1995) y el *2-exchange* (Osman, 1993).
- **Movimiento de vehículos:** *vehicle-swap* cambia entre sí los vehículos de dos rutas, y *replacement* sustituye el vehículo de una ruta por otro de la flota que no está utilizándose.
- **Reconstrucción de soluciones:** R&R₀ desconecta un nodo al azar y lo introduce en la posición y ruta más favorable, mientras que R&R_{seq} rompe la ruta con menor número de nodos, y los reintroduce en la mejor posición y ruta (ver Schirmpf *et al.*, 2000).

Algoritmo STA ($M, T_0, 1/\zeta$) $M \equiv$ Número máximo de iteraciones. $T_0 \equiv$ Umbral inicial. $1/\zeta \equiv$ Desviación típica del ruido gaussiano.

1. Construcción de una solución inicial s_0 .
2. Elegir un umbral inicial T_0 .
3. For $i=0$ to $M-1$ do
 - a. Elegir aleatoriamente una solución vecina $s' \in \mathcal{N}(s_i)$.
 - b. Calcular un ruido gaussiano ΔT de media T y desviación típica $1/\zeta$.
 - c. If $f(s') < f(s_i) + T_i + \Delta T_i$ then
 - $s_{i+1} = s'$
 - d. Else
 - $s_{i+1} = s_i$
 - e. End if.
 - f. $T_{i+1} = T_i - \text{decr}(T_i)$
4. Next i .
5. Devolver $s_i, 0 \leq i \leq M$, de forma que $f(s_i)$ sea máximo (mínimo).

Fig. 3 – Descripción genérica del algoritmo STA.

1. Generar dos números aleatorios, U_1 y U_2 .
2. $R^2 = -2 \cdot \ln U_1$. $\theta = 2\pi U_2$.
3. $X = R \cos \theta$ $Y = R \sin \theta$.

Fig. 4 – Transformación de Box-Muller para generar dos variables aleatorias independientes, X e Y , de una función de distribución normal de media cero y desviación típica unidad (ver Ross, 2002).

La Tabla 1 contiene las probabilidades que tiene cada operador de ser elegido. Dichos valores han ofrecido buenos resultados en experiencias anteriores (ver Yepes, 2002).

Clase de operador	Operador	Probabilidad de elección
Dentro de una ruta	<i>Relocate</i>	0.10
	<i>Swap</i>	0.10
Entre dos rutas	<i>CROSS-exchange</i>	0.10
	<i>2-opt*</i>	0.10
	<i>2-exchange</i>	0.48
Entre vehículos	<i>Vehicle-swap</i>	0.05
	<i>Replacement</i>	0.05
Reconstrucción de soluciones	<i>R&R₀</i>	0.01
	<i>R&R_{seq}</i>	0.01

Tabla 1 – Probabilidad de elección de los operadores.

4. EJEMPLO DE APLICACIÓN A UN PROBLEMA DEL TIPO VRPHESTW.

Se examina un problema del tipo VRPHESTW denominado HES-A y descrito en Yepes y Medina (2002). Este caso deriva del ejemplo R103 de Solomon (1987), al cual se incorporan ventanas temporales flexibles, flotas heterogéneas y una función económica caracterizada por unos ingresos y unos costes fijos y variables. Los ejemplos se han ejecutado en un PC Pentium IV 2.80 GHz, habiéndose programado el código en Visual Basic 6.0.

Para comprobar el comportamiento del procedimiento propuesto, se parte de una misma solución inicial construida mediante la heurística HESECOR de construcción secuencial (ver Yepes, 2002). Los resultados del beneficio alcanzado y tiempo empleado en procesar el algoritmo STA con el problema HES-A cuando sólo se utiliza el operador 2-opt* se han representado en la Figura 5. Resultados análogos se refieren en la Figura 6 cuando se emplean los operadores definidos en la Tabla 1. El parámetro $T=0$ significa que el valor del umbral es nulo y por tanto representa un algoritmo de máximo gradiente. El parámetro ζ es el cociente por el cual se divide la desviación típica de la función de distribución normal que define el ruido estocástico. Así, $\zeta=\infty$ implica una desviación típica del umbral nula, y por tanto una aceptación por umbrales determinista. El algoritmo se ha ensayado en 9 ocasiones para cada uno de los parámetros.

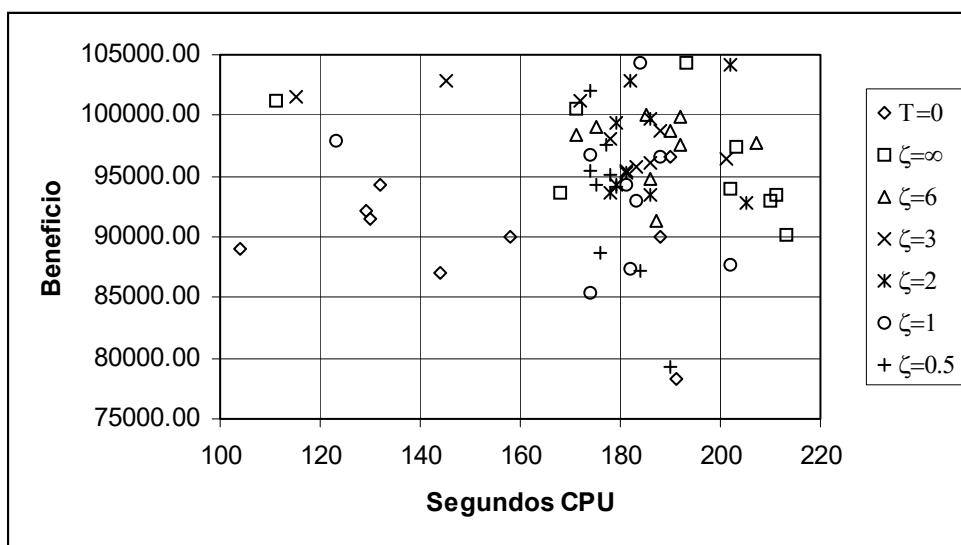


Fig. 5 – Beneficio obtenido en relación con el tiempo empleado en la resolución del problema HES-A con el algoritmo STA y el operador 2-opt*. Con cada parámetro se realizan 9 ensayos.

En las Figuras 7 y 8 se han representado los valores máximos, medios y promedio de los 9 ensayos realizados para cada parámetro, tanto cuando sólo se emplea el operador 2-opt* como en el caso de usar el conjunto de operadores de la Tabla 1. Se observa cómo el uso de múltiples operadores elegidos de forma probabilista proporciona mejores resultados que el empleo de un solo operador, si bien con un coste de cálculo mayor. Ello confirma la eficacia de la búsqueda probabilista en entornos variables VNS.

También se comprueba cómo, en cualquier caso, el empleo de la aceptación por umbrales es

favorable frente al caso de un descenso en gradiente ($T=0$). Sin embargo, la aplicación de un ruido estocástico no ha significado una clara diferencia respecto al caso de ruido nulo ($\zeta=\infty$), tal y como se aprecia para los valores promedio, donde existe cierta estabilización de su valor tanto para las Figuras 7 y 8. Tampoco se observan relaciones significativas entre los valores máximos encontrados y los parámetros utilizados. Incluso en la Figura 7 se aprecia cierto aumento de la dispersión de los valores conforme se amplifica el ruido estocástico, hecho que no resulta tan evidente en la Figura 8.

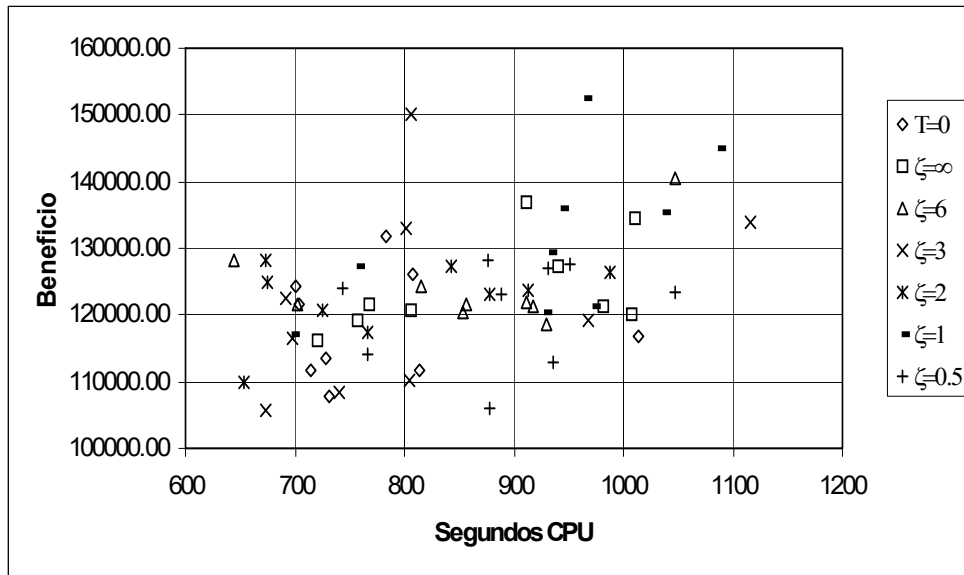


Fig. 6 – Beneficio obtenido en relación con el tiempo empleado en la resolución del problema HES-A con el algoritmo STA y la elección probabilista de 9 operadores (Tabla 1). Con cada parámetro se realizan 9 ensayos.

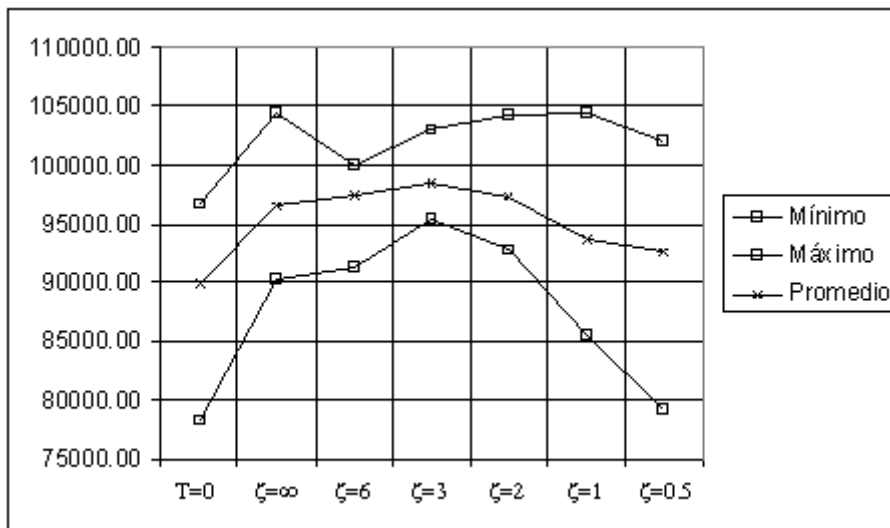


Fig. 7 – Resultados máximos, medios y mínimos de la aplicación del algoritmo STA al problema HES-A y operador 2-opt* tras 9 ensayos con distintos parámetros.

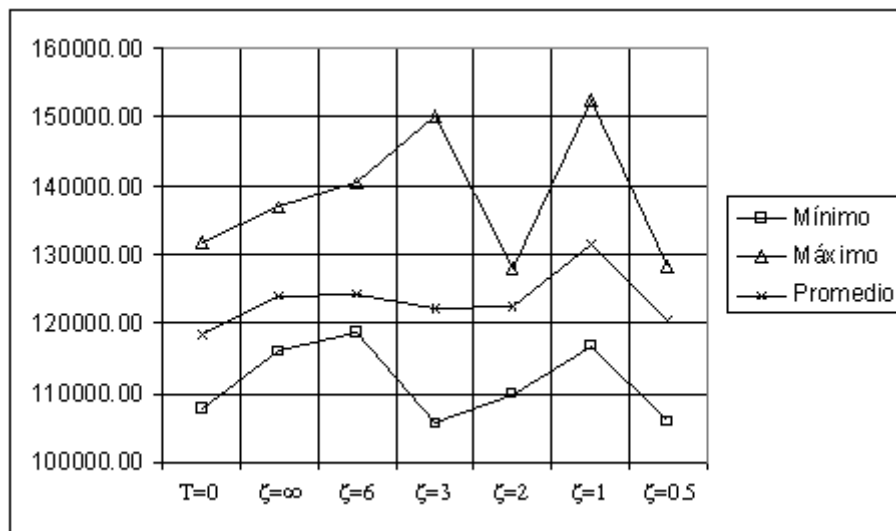


Fig. 8 – Resultados máximos, medios y mínimos de la aplicación del algoritmo STA al problema HES-A y conjunto de operadores de la Tabla 1, tras 9 ensayos con distintos parámetros.

Si se compara el mejor resultado obtenido por STA (beneficio=152393, minutos CPU = 16) respecto al mejor resultado conseguido para el HES-A con el algoritmo del solterón (ver Yepes y Medina, 2004), (beneficio=170335, minutos CPU = 356) se observa que el primero es de menor calidad, si bien el tiempo de cálculo requerido ha sido mucho menor. Ambos serían óptimos en el sentido de Pareto (ver Voorneveld, 2003).

Así pues, tanto la estrategia de búsqueda aleatoria en entornos variables, como la aceptación por umbrales proporcionan mejores resultados para el problema HES-A. Con todo, no ha quedado demostrada una mejor eficiencia al aplicar un ruido estocástico en el algoritmo de aceptación por umbrales.

5. CONCLUSIONES

La ponencia analiza el comportamiento de una nueva metaheurística basada en la aplicación probabilista de la búsqueda en entornos variables dentro de un esquema de aceptación por umbrales estocásticos, aplicado a un problema de rutas con horarios de servicio flexibles y flotas heterogéneas VRPHESTW, donde la función objetivo contempla los ingresos y los costes de las operaciones.

Se ha comprobado la eficacia del uso probabilista de múltiples operadores frente al uso individual y de la estrategia de aceptación por umbrales frente al descenso de máximo gradiente. Sin embargo, la introducción de ruidos estocásticos gaussianos en los umbrales no conlleva una mejora significativa del comportamiento de la aceptación por umbrales clásica.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo del Ministerio de Ciencia y Tecnología y los fondos FEDER (Proyectos: BFM2001-2759 y MAR1998-0339).

REFERENCIAS

- BARNHART, C. *et al.* (1998). Flight string models for aircraft fleetings and routing. *Transportation Science*, 32(3), pp. 208-220.
- CORDEAU, J.F.; TOTH, P.; VIGO, D. (1998). A survey of optimization models for train routing and scheduling. *Transportation Science*, 32(2), pp. 380-404.
- DUECK, G.; SCHEUER, T. (1990). Threshold accepting: A general purpose optimisation algorithm appearing superior to simulated annealing. *Journal of Computation Physics* 90, pp. 161-175.
- GLOVER, F. (1989). Tabu Search, Part I. *ORSA Journal on Computing*, 1, pp. 190-206.
- KIRKPATRICK, S.; GELATT, C.D.; VECCHI, M.P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science* 220(4598), pp. 671-680.
- LENSTRA, J.; RINNOOY KAN, A. (1981). Complexity for the vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 11, pp. 221-228.
- MEDINA, J.R.; YEPES, V. (2003). Optimization of touristic distribution networks using genetic algorithms. *Statistics and Operations Research Transactions*, 27(1), pp. 95-112.
- MEDINA, J.R.; YEPES, V. (2004). Algoritmo del solterón aplicado a la optimización de rutas con flotas heterogéneas VRPHESTW. *Actas del VI Congreso de Ingeniería del Transporte*. Zaragoza, 23-25 junio.
- MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. (1997). Variable neighborhood search. *Computer and Operations Research*, 24, pp. 1097-1100.
- OSMAN, I.H. (1993). Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem. *Annals of Operations Research*, 41, pp. 421-451.
- POTVIN, J.Y.; ROUSSEAU, J.M. (1995). An exchange heuristic for routing problems with time windows. *J. Operational Res. Soc.*, 46(12), pp. 1433-1446.
- SCHIRMPF, G.; SCHENIDER, J.; STAMM-WILBRANDT, H.; DUECK, G. (2000). Record breaking optimization results using the ruin and recreate principle. *Journal of Computation Physics* 159, pp. 139-171.
- SOLOMON, M.M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research* 35(2), pp. 254-265.
- ROSS, S.M. (2002). *Simulation*. Academic Press. San Diego, California.
- TAILLARD, É.; BADEAU, P.; GENDREAU, M.; GUERTIN, F.; POTVIN, J.-Y. (1997). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows. *Transportation Science*, 31(2), pp. 170-186.
- VOORNEVELD, M. (2003). Characterization of Pareto dominance. *Operations Research Letters*, 31, pp. 7-11.
- YEPES, V. (2002). *Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW*. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. 352 pp.
- YEPES, V.; MEDINA, J.R. (2002). Criterio económico para la optimización de rutas con flotas heterogéneas VRPHESTW, en Ibeas, A. y Díaz, J.M. (Eds.): *Actas del V Congreso de Ingeniería del Transporte*. Vol. 2, pp. 693-700. Santander, 11-13 junio.