

*Statistical
Characterization of
Prestressed Concrete
Road Bridge Decks*

Caracterización Estadística de Tableros Pretensados para Carreteras



Autores

YEPES, V. Doctor Ingeniero de Caminos. Profesor Titular de Universidad.
ICITECH. Departamento de Ingeniería de la Construcción. Universidad
Politécnica de Valencia. España
email: vyepes@cst.upv.es

DÍAZ, J. Ingeniero de Caminos. Investigador de Postgrado.
ICITECH. Departamento de Ingeniería de la Construcción. Universidad
Politécnica de Valencia. España
email: jdiaz@copasa.es

GONZÁLEZ-VIDOSA, F. Doctor Ingeniero de Caminos. Profesor Titular de Universidad.
ICITECH. Departamento de Ingeniería de la Construcción. Universidad
Politécnica de Valencia. España
email: fgonzale@cst.upv.es

ALCALÁ, J. Ingeniero de Caminos. Profesor Colaborador.
ICITECH. Departamento de Ingeniería de la Construcción. Universidad
Politécnica de Valencia. España
email: jualgon@cst.upv.es

Fecha de recepción 30/06/2009

Fecha de aceptación 10/07/2009

Resumen

El presente artículo presenta una caracterización estadística de una muestra de 87 tableros reales de pasos superiores pretensados de canto constante para carreteras. El objetivo principal es encontrar fórmulas de predimensionamiento con el mínimo número de datos posible que permita mejorar el diseño previo de estas estructuras. Para ello se ha realizado un análisis exploratorio y otro multivariante de las variables geométricas determinantes, de las cuantías de materiales y del coste, tanto para tableros macizos como aligerados. Los modelos de regresión han permitido deducir que el canto y la

armadura activa quedan bien explicados por la luz, mientras que la cuantía de hormigón lo es por el canto. La variable que mejor explica (71,3%) el coste por unidad de superficie de tablero en losa maciza es el canto, mientras que en las aligeradas es la luz (51,9%). Las losas macizas son económicas en vanos inferiores a los 19,24 m. La luz principal y los voladizos, junto con la anchura del tablero para el caso de losas macizas, o el aligeramiento interior en el caso de las aligeradas, bastan para predimensionar la losa, con errores razonables en la estimación económica.

Palabras clave: Puentes pretensados, análisis multivariante, predimensionamiento económico.

Abstract

The present paper presents a study to statistically characterise 87 prestressed concrete bridge decks of real flyovers of constant depth. The main objective of the study is to find design formulae with the least number of data so as to improve the preliminary design of this type of structures. The study performs an exploratory analysis and a multivariate analysis of the geometrical variables, the amount of materials and the cost, both for voided decks and for non-voided decks. The regression models have allowed to predict the depth and the prestressing active reinforcement as a function of

the span, while the amount of concrete results a function of the depth of the deck. The variable that better explains (71.3%) the cost per unit surface of the deck in non-voided bridges is the depth, while for voided decks is the main span (51.9%). Non-voided decks are economical for spans inferior to 19.24 m. The main span and the external void together with the width of the deck for non-voided slabs or the interior voids in the case of voided slabs are enough to find the preliminary design of the slab with reasonable accuracy for the economic assessment of the design.

Key words: Prestressed concrete bridge decks, multivariate analysis, economic preliminary design.

1. Introducción

Las infraestructuras de comunicación terrestre requieren un volumen importante de estructuras de hormigón pretensado. En España, los diferentes planes de inversión han conducido a la construcción anual de varios centenares de pasos superiores, tanto de vigas prefabricadas como de tableros de losas construidos *in situ*. Datos referidos a la licitación conjunta realizada por el Ministerio de Fomento en carreteras y ferrocarriles indican inversiones de 7.528 y 9.572 millones de euros, respectivamente, en los años 2005 y 2006 (SEOPAN, 2007). Los costes de los viaductos y de los pasos superiores, recogidos de varias obras, oscilan entre el 5 y el 15% de los costes totales. En investigaciones previas (Payá *et al.*, 2008; Perea *et al.*, 2008) se han comprobado economías mínimas en torno a un 5% en coste para estructuras optimizadas como muros, pórticos de edificación o marcos de carretera, lo cual podría suponer para el caso de tableros losa un ahorro anual cercano a los 40 millones de euros. Por tanto, cualquier intento por mejorar los criterios de diseño de estas estructuras queda plenamente justificado.

Los pasos superiores de tablero *in situ* se utilizan para luces cortas y medias, que pueden alcanzar los 50 ó 60 m, con luces máximas habituales en torno a los 30 m. Esta tipología es el resultado del compromiso entre la facilidad constructiva y las condiciones resistentes (Manterola, 2006). Algunas ventajas de estas estructuras frente a las prefabricadas de vigas son la supresión de juntas, la reducción de momentos flectores principales cuando el tablero es continuo y una mayor libertad en forma y en la colocación de las pilas. Los puentes losa suelen proyectarse en tramos continuos hiperestáticos, en hormigón pretensado casi siempre. El encofrado usualmente se fabrica para cada tablero, por lo que se adaptan a cualquier trazado, prestándose a diseños más cuidados. La importancia estética de estas estructuras no es desdeñable, pues con frecuencia son las únicas obras visibles para el usuario que circula bajo ellas. Por ello suelen preferirse por las administraciones promotoras de estas obras.

El proyecto de estas estructuras, por habitual, es muy conocido y está totalmente asentado. En numerosos proyectos se repiten diseños similares, cuando no idénticos. La reproducción de formas es tan acusada, que llega a dotar de personalidad propia a las vías de comunicación terrestre, haciendo que en muchos casos se pueda reconocer una autovía observando alguno de sus pasos superiores. Un caso es el de la autopista AP-41 entre Madrid y Toledo, donde el mismo tablero se repite hasta en 70 ocasiones. En la autovía A-23 hay un tipo de tablero que, con ligeras variaciones, se repite 31 veces en el tramo que discurre por la provincia de Teruel.

Esta repetición de dimensiones y formas justifica la importancia del predimensionamiento. En efecto, el diseño tradicional de las estructuras constituye un proceso iterativo que se inicia con la definición previa de unas dimensiones y unos materiales que son fruto de la experiencia del proyectista y de reglas sancionadas por la práctica. A continuación se analiza la estructura a partir de los principios de la resistencia de materiales y disciplinas afines, de modelos de comportamiento de los materiales y de las prescripciones de la normativa vigente. El proyecto concluye cuando, tras varios ajustes y correcciones, queda garantizada su seguridad y funcionalidad. Sin embargo, la objetividad del diseño y la economía alcanzada de esta forma depende fuertemente de la pericia del calculista. Tanto la experiencia recogida de las realizaciones recientes, como métodos de optimización estructural, permiten una mejora del método de prueba y error descrito.

La disponibilidad de ordenadores de elevada potencia y bajo coste, junto con el desarrollo de técnicas basadas en la inteligencia artificial, ha permitido un avance importante en el diseño de estructuras óptimas (Sarma y Adeli, 1998). La optimización de estas estructuras requiere un intenso trabajo de investigación y programación para extraer conclusiones aplicables a casos reales. Una forma que tiene el ingeniero de acercarse al diseño de estructuras óptimas es que se difundan fórmulas de predimensionamiento económico derivadas de trabajos de optimización previos (Yepes *et al.*, 2008). La otra vía consiste en aprovechar la experiencia subyacente en realizaciones recientes. En este artículo, se presenta un estudio realizado sobre una muestra de tableros pretendidos reales de los que se pretende extraer información útil para mejorar los diseños actuales.

2. Análisis exploratorio de las variables

La muestra analizada consta de 87 tableros pretendidos de canto constante realmente ejecutados en España, de los cuales 61 son losas aligeradas y 26 losas macizas. Las estructuras corresponden a pasos superiores de carretera diseñados por seis oficinas de proyectos. La información se ha extraído de una base de datos de puentes de los que se ha dispuesto de la documentación original (Díaz, 2009).

Las variables que definen los tableros son las siguientes: (1) longitud total del puente, (2) número de vanos, (3) anchura del tablero, (4) luz principal, (5) canto del tablero, (6) número de apoyos por pila, (7) número de apoyos en estribo, (8) cuantía de hormigón, (9) cuantía de armadura activa, (10) cuantía de armadura pasiva, (11) aligeramiento exterior, (12) aligeramiento interior –en losas aligeradas–, (13) superficie de encofrado. Las

variables que expresan longitudes se miden en metros; las cuantías de material se miden por metro cuadrado de tablero: hormigón y aligeramientos (m^3/m^2), aceros (kg/m^2), encofrado (m^2/m^2). La esbeltez se computa como cociente entre el canto y la luz. Además, se ha calculado la cuantía de armadura pasiva en kg por m^3 de hormigón. En la Figura 1 se muestran las variables geométricas que delimitan la sección de una losa aligerada con voladizos.

La herramienta de tratamiento de datos y análisis estadístico ha sido SPSS 17. En las Tablas 1 y 2 se recogen los estadísticos muestrales básicos: media, coeficiente de variación, valor mínimo, valor máximo y percentiles 25, 50 y 75. A continuación se examinan las variables más importantes y se comparan con recomendaciones procedentes de distintas fuentes.

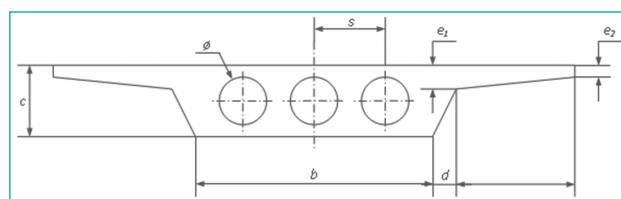
2.1. Análisis de las variables geométricas determinantes

Seguidamente se estudian las luces máximas, el canto de la losa y la esbeltez. La descripción del resto de variables como la longitud total del puente, número de vanos o número de apoyos en pilas y estribos queda reflejada en las Tablas 1 y 2.

a) Luces máximas

Las luces típicas en los pasos superiores de autovía de tramo recto de dos vanos son 30-30 m; con tres vanos, son de 20-36-20 m; y en el caso de cuatro vanos, es muy frecuente encontrar valores de 12-18-18-12 m. Con cruces esviados, las luces aumentan, por ejemplo, a 14-20-20-14 m. La Dirección General de Carreteras en España (DGC, 2000) establece que el rango de luces para estos puentes está entre los 10 y 45 m, recomendando por razones económicas que por debajo de 18 m se realicen con hormigón armado, y por encima de 20 m, con pretensado; en los casos intermedios otras consideraciones como la esbeltez, la facilidad constructiva o las condiciones ambientales son las que determinarían finalmente la solución. El SETRA (1989) baja el intervalo de indefinición entre el hormigón armado y el pretensado a luces entre 14 y 18 m. Las losas con canto constante son económicas hasta luces de 30-35 m, siendo conveniente realizar una variación longitudinal de la inercia o bien diseñar losas acarteladas para vanos mayores. Manterola (2006) indica que las losas macizas de sección constante no superan habitualmente los 20 m de vano, aunque existen casos donde se llegan a los 25-30 m; las luces se alargan a los 20-40 m con aligeramientos interiores, pudiéndose alcanzar los 60 m.

Figura 1
Sección tipo de tablero de puente losa



Las Tablas 1 y 2 representan valores de losas de tramos continuos (solo se recoge un caso de vano único en una losa maciza de 24,50 m y dos casos de 22,18 y 26,25 m en aligerada). La menor luz corresponde a una losa maciza de 15,20 m, mientras que la mayor lo es de una aligerada de 45 m. Las losas con aligeramientos presentan una luz media próxima a 30 m, un 38,6% superior a la correspondiente a las macizas, comprobándose que son significativamente diferentes (nivel de confianza del 95% de la prueba t de Student suponiendo las varianzas distintas). Solo una losa aligerada presenta una luz inferior a los 20 m, mientras que más de la mitad de las macizas superan dicho valor, sin sobrepasar los 30 m. En efecto, el 42,3% de las macizas se encuentran por debajo de los 20 m, y el 15,4% por debajo de 18 m. Además, el 26,2% de las aligeradas superan 35 m, sin necesidad de variar el canto o disponer cartelas.

b) Canto de la losa

En primera aproximación, el canto de una losa pretensada de espesor uniforme sería la veinticincoava parte de su luz principal (Manterola, 2006), lo cual significaría una variación entre 0,60 y 1,80 m para el rango de luces de 15 a 45 m. Para la DGC (2000), la economía en la construcción aconseja que las losas macizas dispongan cantos inferiores a 0,90 m, mientras que a partir de 1,20 m, lo mejor es el aligeramiento interior; en los casos intermedios se deberían estudiar otros factores. Monleón (2002) recoge valores máximos para el canto en función de los voladizos: para losas macizas, alas de hasta 1,00 m limitarían los cantos a 0,80 m, mientras que alas de hasta 2,50 m subirían el tope a 1,00 m; en el caso de losas aligeradas, los límites son 1,20 y 1,40 m, respectivamente.

En las Tablas 1 y 2 se observa que los cantos de las losas macizas no superan 1,20 m, comprobándose que el 30,8% se encuentran entre 0,90 y 1,20 m. Los tableros aligerados, salvo en un solo caso, no bajan de 0,90 m, disponiendo el 27,9% de un canto inferior a 1,20 m. Sin embargo, el 13,1% de las aligeradas superan el límite de 1,40 m citado anteriormente. Además, los valores medios de los cantos son significativamente distintos, con un nivel de confianza mínimo del 95% para la prueba t de Student.

Tabla 1
Descripción de las variables de las losas macizas, de una muestra de 26 individuos

Losas macizas	media	C.V.	mín.	máx.	P. 25	P. 50	P. 75
Longitud total (m)	61,04	35,5%	24,50	128,00	44,20	63,50	72,75
Número vanos	3,35	32,6%	1	6	3	3	4
Anchura tablero (m)	11,76	35,3%	7,10	27,50	9,48	11,10	12,26
Luz principal (m)	21,62	21,2%	15,20	30,00	18,00	20,45	23,38
Canto tablero (m)	0,85	19,9%	0,65	1,20	0,73	0,80	1,00
Luz / canto	25,38	9,1%	20,42	28,50	23,47	25,33	27,27
Apoyos pila	1,69	36,6%	0	3	1	2	2
Apoyos estribo	2,31	34,1%	2	5	2	2	2
Hormigón (m³/m²)	0,61	21,0%	0,46	1,02	0,50	0,61	0,71
Armadura activa (kg/m²)	19,59	29,7%	13,86	31,34	14,64	18,17	21,60
Armadura pasiva (kg/m³)	109,40	20,8%	70,80	161,57	95,26	107,78	122,39
Armadura pasiva (kg/m²)	64,71	14,6%	52,74	91,0	56,71	63,00	71,13
Aligeramiento exterior (m³/m²)	0,24	45,5%	0,03	0,42	0,17	0,24	0,35
Encofrado (m²/m²)	1,08	5,0%	0,92	1,17	1,06	1,07	1,12
Coste del tablero (€/m²)	272,43	16,7%	217,31	372,29	225,03	265,25	314,44

Tabla 2
Descripción de las variables de las losas aligeradas, de una muestra de 61 individuos

Losas aligeradas	media	C.V.	mín.	máx.	P. 25	P. 50	P. 75
Longitud total (m)	91,87	60,7%	22,18	300,20	60,50	72,00	92,40
Número vanos	3,79	47,0%	1	12	3	3	4
Anchura tablero (m)	11,42	24,5%	7,60	23,00	9,90	11,00	12,45
Luz principal (m)	29,97	20,6%	18,00	45,00	25,00	31,00	35,48
Canto tablero (m)	1,25	14,2%	0,85	1,75	1,13	1,25	1,32
Luz / canto	23,93	12,0%	18,46	30,40	21,74	23,33	26,39
Apoyos pila	1,70	36,2%	0	4	1	2	2
Apoyos estribo	2,20	26,0%	2	4	2	2	2
Hormigón (m³/m²)	0,65	17,3%	0,44	0,97	0,56	0,66	0,71
Armadura activa (kg/m²)	22,64	28,9%	11,17	38,16	17,99	21,99	26,85
Armadura pasiva (kg/m³)	102,50	23,0%	66,81	187,08	85,92	100,87	109,87
Armadura pasiva (kg/m²)	64,92	14,9%	42,80	92,91	57,76	65,27	69,91
Aligeramiento exterior (m³/m²)	0,40	30,8%	0,12	0,74	0,31	0,39	0,47
Aligeramiento interior (m³/m²)	0,20	24,2%	0,11	0,33	0,16	0,20	0,24
Encofrado (m²/m²)	1,12	3,9%	1,01	1,23	1,09	1,12	1,15
Coste del tablero (€/m2)	314,10	15,2%	228,72	436,36	276,67	317,27	346,73

c) Esbeltez

La relación entre el canto y la luz –esbeltez– de una losa pretensada de espesor constante es aproximadamente de 1/25, sin embargo, este valor se puede matizar en función del tipo de sección. Así, para losas con voladizos, la DGC (2000) recomienda una esbeltez entre 1/22 y 1/30, independientemente del aligeramiento; se podría llegar a 1/40 en losas macizas sin voladizos, si bien a costa de mayor armadura, siendo muy flexibles y con mucha vibración. El SETRA (1989) recomienda una esbeltez de 1/22 a 1/25 para losas de una sola luz; para dos vanos, estas relaciones son de 1/28 en losas rectangulares y de 1/25 con voladizos amplios; con tres o más vanos, las recomendaciones anteriores son de 1/33 y 1/28 respectivamente. Sin embargo, en el estudio estadístico realizado, el coeficiente de correlación R entre la esbeltez y el número de vanos no indica una relación lineal ($R=-0,137$ en el caso de losas aligeradas y $R=0,135$ en las macizas). Ello puede deberse a la poca representatividad de casos de un solo vano.

En las Tablas 1 y 2 se observa que las losas macizas son, en media, sensiblemente más esbeltas que las aligeradas, sin embargo, no es descartable la hipótesis nula de igualdad de las medias, tras una prueba t de hipótesis con un nivel de confianza superior al 95%. En las macizas, solo el 7,7% de los casos son más gruesas a 1/22, y ninguna es más esbelta de 1/30. Solo un caso aligerado es más esbelto de 1/30, mientras que el 29,5% de la muestra es menos esbelta de 1/22.

2.2. Análisis de las cuantías de materiales

Se estudia a continuación las cuantías de hormigón, de armadura activa y de armadura pasiva referida a la unidad de superficie del tablero. La descripción de los aligeramientos queda descrita en las Tablas 1 y 2.

a) Cuantía de hormigón

La DGC (2000) indica una cuantía entre 0,55 y 0,70 m³ de hormigón por cada m² de tablero. En las Tablas 1 y 2 se observa como la cuantía media es un 6,7% superior en las losas aligeradas; sin embargo, no existen diferencias significativas en las medias (nivel de confianza del 95%). El 21,3% de las losas aligeradas presenta una cuantía inferior a 0,55, mientras que el 29,5% supera la cifra de 0,70. El 42,3% de las macizas muestra valores inferiores a 0,55, en cambio el 26,9% sobrepasa la cifra de 0,70.

b) Cuantía de armadura activa

Es habitual disponer entre 10 y 25 kg de armadura activa por cada m² de tablero (DGC, 2000). Los datos

muestran que la losa aligerada presenta una cuantía media de 22,64 kg/m², frente a los 19,59 kg/m² de la maciza. Dichas medias son estadísticamente distintas con un nivel de confianza de, al menos, el 95%. Un 32,8% de las aligeradas presenta una cuantía superior a 25 kg mientras que el 19,2% de las macizas supera dicha cifra. Nunca se baja de los 10 kg.

c) Cuantía de armadura pasiva

La DGC (2000) considera una cuantía entre 70 y 100 kg de armadura pasiva por cada m³ de hormigón. Sin embargo, estas previsiones son escasas en relación con los datos mostrados en las Tablas 1 y 2. La losa maciza presenta, de media, un 6,7% más de cuantía que la aligerada; sin embargo, la prueba t no aporta motivos para rechazar la hipótesis nula de que ambas medias sean iguales con una confianza del 95%. Solo un caso de losa maciza se encuentra por debajo de 70 kg/m³, mientras que el 65,4% supera los 100 kg/m³. Únicamente dos losas aligeradas se encuentran por debajo de 70 kg/m³, mientras que el 50,8% se encuentra por encima de 100.

Resulta razonable pensar que la armadura pasiva se ve más influenciada por las condiciones de apoyo, que condicionan los esfuerzos de flexión transversal y de torsión, que por la luz (DGC, 2000). Sin embargo, el análisis estadístico realizado no ha detectado correlaciones significativas de la cuantía armadura pasiva por unidad de volumen de hormigón respecto a otras variables (ver Figuras 2 y 3). La justificación puede venir por el hecho de que el proyectista trata de apoyar el tablero de forma que los esfuerzos citados se reduzcan al mínimo.

Con todo, a efectos de predimensionamiento, es interesante relacionar la cuantía de armadura pasiva con la superficie del tablero. Las medias reflejadas en las Tablas 1 y 2 son similares, lo cual se confirma con la prueba t que no permite rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias con una confianza del 95%. Además, no se ha constatado ninguna correlación significativa de esta variable con otras, en especial con la luz máxima (ver Figuras 2 y 3). Ello indica que, dentro de los rangos del estudio, se puede utilizar un valor medio de 65 kg/m² para la armadura pasiva.

2.3. Análisis del coste del tablero

Una estimación del coste del tablero requiere la suma de todos los costes unitarios de obra por su medición. Para uniformizar los costes en toda la muestra, se ha considerado un coste de 3 €/kg para la armadura activa, incluyendo las vainas, su colocación y la parte proporcional de anclajes y operaciones de tesado. Para las

armaduras pasivas totalmente colocadas se ha tomado un coste medio de 1 €/kg. Se ha estimado un coste medio de 65 €/m³ para el hormigón del tablero, fabricado, transportado y colocado. El importe del aligeramiento interior es similar al del hormigón que desplaza cuando se tiene en cuenta la materia prima, la colocación y las barras pasivas que hay que disponer para evitar que floten, es decir, 65 €/m³. Se puede considerar, sin grandes errores, que el coste del hormigón, armaduras y aligeramientos está en proporción 3 a 2 con el resto de costes del tablero, lo cual permite el cálculo del coste total. El coste medio por unidad de superficie del tablero aligerado, de 314,20 €/m², es un 15,3% superior al macizo, según se muestra en las Tablas 1 y 2; además, las medias son distintas con un nivel de confianza del 95%. Estos valores solo son adecuados para el rango de luces de la muestra. En el apartado 3.3 se analiza la luz económica para cada tipo de losa.

3. Aplicación del análisis multivariante

A continuación se realiza un análisis multivariante de las relaciones simultáneas entre las variables definidas para cada uno de los puentes losa. Para ello se estudian, en primer lugar, las correlaciones lineales entre las variables; a continuación se realiza un análisis por componentes principales que reducirá la dimensión del problema y, por último, una regresión lineal múltiple para explicar las variables de respuesta más importantes.

3.1. Correlación entre las variables

Para cuantificar el grado de relación lineal entre dos variables se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson R , que oscila entre -1 y 1, indicando un valor 0 cuando no existe tal relación (ver Draper y Smith, 1999). En las

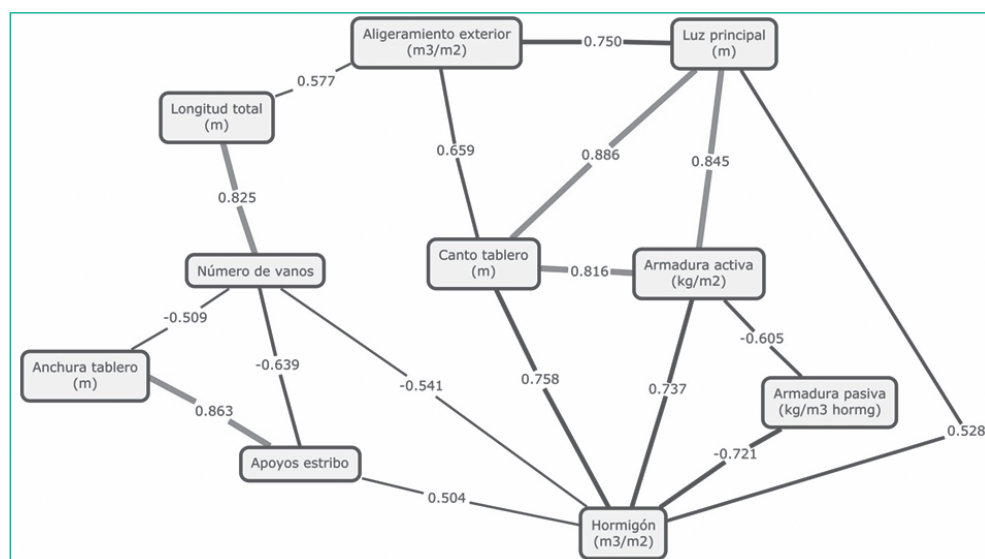


Figura 2
Agrupamiento de variables de un tablero pretensado macizo con $R > 0,500$ en valor absoluto a un nivel de significación bilateral de 0,05

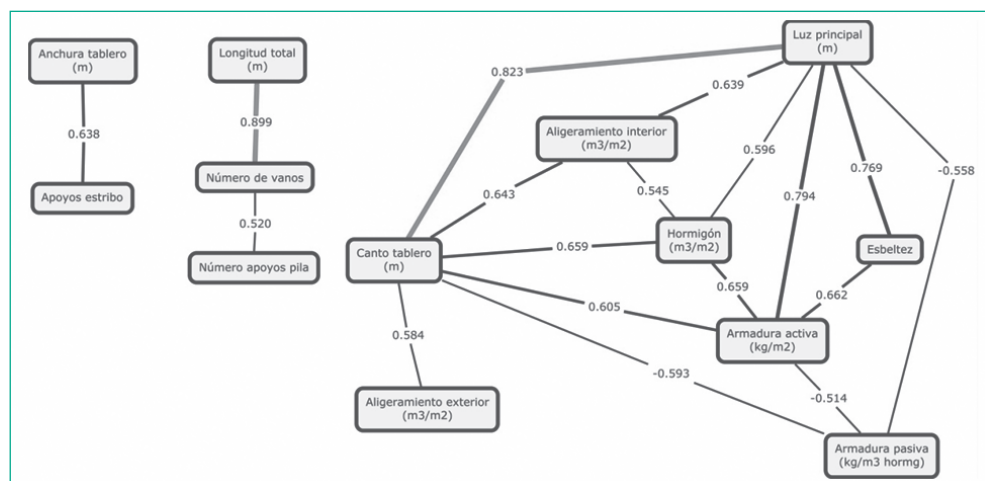


Figura 3
Agrupamiento de variables de un tablero pretensado aligerado con $R > 0,500$ en valor absoluto a un nivel de significación bilateral de 0,05

Figuras 2 y 3 se han graficado las variables con R superior a 0,500 en valor absoluto, siempre y cuando su significación bilateral hubiese sido, al menos, de 0,05 (test de hipótesis para determinar si dichos coeficientes son distintos de cero). Se observa en la Figura 2 que en los tableros macizos existen 10 variables relacionadas linealmente entre sí, siendo los vínculos más fuertes los de la luz principal, el canto del tablero y la cuantía de armadura activa por un lado, la longitud total con el número de vanos, y la anchura del tablero con el número de apoyos en el estribo. En las losas aligeradas (ver Figura 3), se aprecian tres grupos de variables, siendo las relaciones más fuertes las correspondientes a la luz principal y el canto del tablero por un lado, y a la longitud total del puente y el número de vanos por otro.

3.2. Análisis de componentes principales

El análisis de componentes principales (PCA) calcula unos factores que sean combinación lineal de las variables originales y que, además, sean independientes entre sí. El primer componente se elige de forma que recoge la mayor proporción posible de la variabilidad original, el segundo recoge la máxima variabilidad no recogida por el primero, y así sucesivamente. A continuación, en una matriz factorial, se representan las correlaciones entre

las variables originales y los componentes principales. Esta técnica no presupone una dependencia a priori entre las variables, y por tanto, se aplica antes de iniciar una regresión múltiple (ver Shaw, 2003).

Como la unidad de medida de cada variable puede influir en el resultado del análisis, se ha empleado la matriz de correlaciones en lugar de la de covarianzas, lo cual equivale a aplicar el PCA a los datos tipificados, en vez de en bruto. De este modo, el valor medio de los componentes principales es 0 y su desviación típica 1. Además, se ha tomado como criterio para determinar el número de componentes principales el que su autovalor sea superior a la unidad; la razón es que si una componente principal no puede explicar más variación que una sola variable por sí misma, entonces es probable que no sea importante. Asimismo, para facilitar la interpretación de las componentes principales, se ha empleado el método Varimax, que supone una rotación ortogonal que minimiza el número de variables que tienen saturaciones altas en cada factor (Kaiser, 1958).

Con los criterios expuestos, bastan tres componentes para explicar el 80,8% de la varianza de los datos de las losas macizas. La Tabla 3 recoge la matriz factorial de los componentes rotados, que indica la correlación existente entre cada uno de los componentes principales y las variables originales. Se comprueba que existen tres grupos de variables que se encuentran conectados entre sí. El primero está formado por el coste por unidad de superficie del tablero, la luz principal, el canto del tablero y las cuantías de armadura activa, hormigón y aligeramiento exterior por unidad de superficie de tablero. En un segundo grupo se observa que la longitud total y el número de vanos se encuentran relacionados, junto con el número de apoyos en estribo y la anchura del tablero, aunque de forma inversa. Por último, la armadura pasiva se encuentra relacionada inversamente con el número de apoyos en pila.

Con cuatro componentes se explica el 79,0% de la información de las variables de las losas aligeradas. Del análisis de la Tabla 4 se deducen cuatro grupos de variables relacionadas entre sí. El primero está formado por el coste por unidad de superficie del tablero, la luz principal, el canto del tablero y las cuantías de armadura activa, hormigón y aligeramiento interior por unidad de superficie de tablero. En un segundo grupo se encontraría la longitud total del puente, el número de vanos y el número de apoyos por pila. La armadura pasiva por unidad de superficie y el aligeramiento exterior se relacionan de forma inversa. El último grupo indica una fuerte dependencia entre la anchura del tablero y el número de apoyos en el estribo.

Tabla 3
Matriz de correlación componentes rotados para tableros macizos

	Componentes		
	1	2	3
Luz principal (m)	0,953		
Canto tablero (m)	0,937		
Armadura activa (kg/m ²)	0,919		
Coste (€/m ²)	0,810	0,281	0,428
Aligeramiento exterior (m ³ /m ²)	0,677	-0,526	
Hormigón (m ³ /m ²)	0,658	0,536	0,302
Número vanos	-0,267	-0,861	
Apoyos estribo		0,836	
Longitud total (m)	0,251	-0,832	
Anchura tablero (m)		0,788	
Armadura pasiva (kg/m ²)			0,909
Apoyos pila	-0,333		-0,725

Tabla 4
Matriz de correlación componentes rotados
para tableros aligerados

	Componentes			
	1	2	3	4
Coste (€/m ²)	0,923		-0,270	
Luz principal (m)	0,880		0,317	
Armadura activa (kg/m ²)	0,865			
Hormigón (m ³ /m ²)	0,848			
Canto tablero (m)	0,819		0,477	
Aligeramiento interior (m ³ /m ²)	0,721			
Número vanos		0,927		
Longitud total (m)		0,860	0,317	
Apoyos pila		0,761		
Aligeramiento exterior (m ³ /m ²)			0,882	
Armadura pasiva (kg/m ²)			-0,676	
Apoyos estribo				0,910
Anchura tablero (m)		0,275		0,880

3.3. Modelos de regresión múltiple

En este apartado se realiza un análisis de regresión de las variables de los tableros. Para ello se realizan inferencias acerca de modelos lineales simples o múltiples y se obtienen medidas cuantitativas del grado de relación de las variables a través del coeficiente de correlación R . Los modelos lineales se ajustan por mínimos cuadrados de forma que la variable de respuesta se encuentre explicada al máximo posible por un conjunto de variables independientes. La bondad del ajuste se evalúa mediante el coeficiente de determinación R^2 , que se interpreta como la proporción de variación de la variable de respuesta explicada mediante el modelo de regresión lineal (ver Draper y Smith, 1999).

En primer lugar, se intenta explicar cada variable de respuesta en función de aquella variable independiente con la cual se encuentra más correlacionada. Sin embargo, es posible explicar un mayor porcentaje de la variabilidad aplicando modelos de regresión múltiple aditiva. Se trata de aumentar el coeficiente de regresión incorporando variables independientes explicativas. Para ello se procede mediante el método *stepwise* de pasos sucesivos (ver Hocking, 1976), consistente en introducir las variables una por una y comprobar si la variable permanece o sale del

modelo. Se toma como criterio de inclusión en el modelo un incremento en la varianza explicada significativo al 5% ($F=0,05$), mientras que para excluir una variable se considera un decremento del 10% ($F=0,10$). La primera variable que se introduce es la que tiene el coeficiente de correlación de Pearson R más alto. A continuación se vuelven a calcular todas las correlaciones eliminando la influencia de aquella que ya ha entrado en el modelo, y se introduce la siguiente con mayor R ; de esta forma se consigue que las variables que entren no sean dependientes de las que ya figuran en el modelo.

a) Análisis de la relación entre el canto y la luz

En la Figura 4 se ha representado la relación luz/canto respecto a la luz principal. Los coeficientes de correlación resultantes, a un nivel de significación mínimo del 0,05 son $R^2 = 0,592$ en losas aligeradas y $R^2 = 0,105$ en losas macizas. Para el tablero aligerado es factible un modelo de regresión simple (ver Tabla 5), pero que para las macizas, es preferible una predicción basada en el valor medio de la población antes que en función de la luz.

Figura 4
Relación luz/canto respecto a la luz principal
de un puente losa pretensado

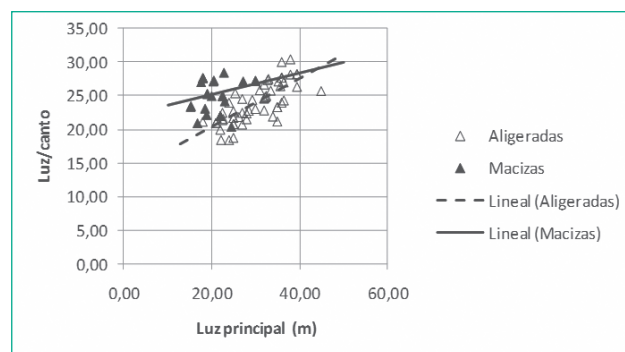


Figura 5
Relación entre la luz principal y el canto del tablero

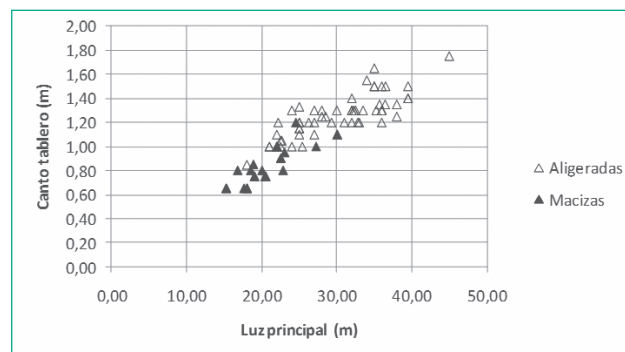


Tabla 5
Regresión lineal para la relación luz/canto en tablero aligerado.
Límites superior e inferior de confianza de los coeficientes del 95%

Tablero	Modelo	R^2	Coeficientes	Error típico	Límite inferior	Límite superior
Aligerado	1 Constante	0,592	13,205	1,183	10,837	15,573
	Luz principal (m)		0,358	0,039	0,281	0,435

A la vista de lo anterior, es preferible otro modelo que prediga mejor el canto de la losa. Para ello se analiza en primer lugar la relación estadística entre el canto y la luz. En la Figura 5 se aprecia la proporcionalidad entre ambas variables, tanto para losas macizas como aligeradas. En ambos casos, el enfoque del análisis de la varianza, para un nivel de confianza del 95%, prueba la significación de la regresión por mínimos cuadrados, es decir, que para predecir el canto de un tablero es mejor un modelo lineal referido a la luz principal que el propio valor medio del canto. El coeficiente R^2 es de 0,786 para las losas macizas y de 0,677 para las aligeradas.

En la Tabla 6 se resumen los modelos de regresión resultantes para el canto de tableros macizos y aligerados. Las variables explicativas del 82,3% de la variabilidad del canto de un tablero aligerado son la luz principal, el aligeramiento exterior (voladizos) y el aligeramiento interior. En cambio, el 84,5% de la variabilidad del canto de una sección maciza se modula, además de por la luz principal, por el ancho del tablero. Se advierte que el modelo de regresión múltiple explica un 14,6% más la variabilidad del canto en los tableros aligerados, y un 5,9% más en el caso de los macizos.

b) Análisis de la cuantía de hormigón

A continuación se estudia la posibilidad de modelos de regresión lineal que expliquen la cuantía de hormigón. Para ello se procede con el método de los pasos sucesivos, al igual que se hizo anteriormente (ver Tabla 7). El canto del tablero macizo explica el 57,5% de la cuantía de hormigón, que puede subir al 75,9% si se incluye la longitud total y la luz principal. En el caso de las losas aligeradas, el canto modula el 43,5% de la incertidumbre de la cuantía de hormigón, que sube al 92,5% en cuanto se añade el efecto del aligeramiento exterior.

c) Análisis de la cuantía de armadura activa

Seguidamente se comprueba si la cuantía de acero activo por unidad de superficie del tablero aumenta linealmente con la luz, tal y como indica la DGC (2000). En la Figura 6 se aprecia dicha proporcionalidad, y en la Tabla 8 se indican los modelos de regresión estimados. El coeficiente R^2 , indica que el 63,0% de la variabilidad de la cuantía de armadura activa se explica con la luz en las losas aligeradas, mientras que lo hace en un 71,4% en las macizas. No obstante, es posible aumentar dicho

Tabla 6
Modelos de regresión lineal para el canto del tablero macizo. Confianza del 95% para los límites superior e inferior

Tablero	Modelos	R^2	Coeficientes	Error típico	Límite inferior	Límite superior
Macizo	1 Constante	0,786	0,141	0,078	- 0,019	0,301
	Luz principal (m)		0,033	0,004	0,026	0,040
	2 Constante	0,845	0,014	0,080	- 0,152	0,179
	Luz principal (m)		0,033	0,003	0,027	0,040
Aligerado	Ancho tablero (m)	0,677	0,010	0,003	0,003	0,017
	1 Constante		0,541	0,065	0,411	0,670
	Luz principal (m)	0,823	0,024	0,002	0,019	0,028
	2 Constante		0,383	0,054	0,274	0,491
	Luz principal (m)		0,013	0,002	0,008	0,018
	Alig. ext. (m ³ /m ²)		0,575	0,092	0,391	0,759
	Alig. int. (m ³ /m ²)		1,256	0,279	0,698	1,814

coeficiente incorporando variables independientes explicativas al modelo. En efecto, si bien la luz aumenta la cuantía de armadura activa en losas aligeradas, mayores voladizos y el aligeramiento interior la hacen disminuir, explicando estos tres factores el 72,3% de la variabilidad. Análogamente, la luz principal y el aligeramiento interior, son los factores independientes que justifican el 83,9% de la incertidumbre en el caso de losas macizas.

d) Análisis del coste del tablero

En la Figura 7 se representa la relación entre el coste del tablero y la luz principal. El coeficiente R^2 del modelo lineal explica el 59,5% de la variabilidad en las losas macizas y el 51,9% en las aligeradas (ver Tabla 9). Ambas rectas se cruzan a 19,24 m, punto que indica el límite económico para los tableros macizos.

Tabla 7

Modelos de regresión lineal para la cuantía de hormigón (m^3/m^2). Límites superior e inferior de confianza de los coeficientes del 95%

Tablero	Modelos	R^2	Coeficientes	Error típico	Límite inferior	Límite superior
Macizo	1 Constante	0,575	0,123	0,087	-0,057	0,302
	Canto tablero (m)		0,571	0,100	0,364	0,777
	2 Constante	0,759	0,204	0,072	0,055	0,353
	Canto tablero (m)		0,959	0,171	0,604	1,315
	Longitud total (m)		-0,002	0,001	-0,003	0,000
	Luz principal (m)		-0,014	0,007	-0,027	0,000
Aligerado	1 Constante	0,435	0,126	0,079	-0,031	0,284
	Canto tablero (m)		0,421	0,062	0,296	0,546
	2 Constante	0,925	0,041	0,029	-0,017	0,100
	Canto tablero (m)		0,742	0,028	0,685	0,798
	Alig. ext. (m^3/m^2)		-0,795	0,041	-0,877	-0,714

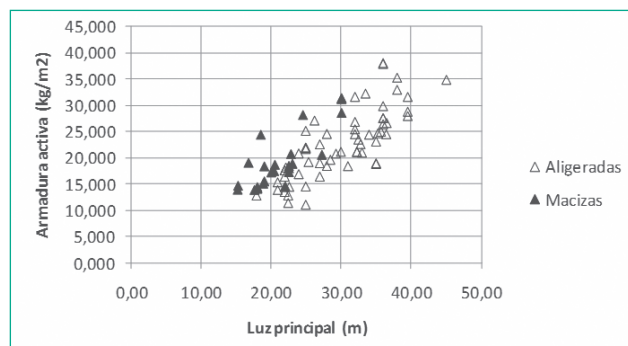
Tabla 8

Modelos de regresión lineal para la cuantía de armadura activa (kg/m^2). Límites superior e inferior de confianza de los coeficientes del 95%

Tablero	Modelos	R^2	Coeficientes	Error típico	Límite inferior	Límite superior
Macizo	1 Constante	0,714	-3,624	3,060	-9,940	2,691
	Luz principal (m)		1,074	0,139	0,788	1,360
	2 Constante	0,839	-7,798	2,546	-13,066	-2,531
	Luz principal (m)		1,582	0,161	1,250	1,915
	Alig. ext. (m^3/m^2)		-27,956	6,623	-41,656	-14,256
Aligerado	1 Constante	0,630	-2,595	2,569	-7,735	2,544
	Luz principal (m)		0,842	0,084	0,674	1,010
	2 Constante	0,723	2,151	2,510	-2,875	7,177
	Luz principal (m)		1,169	0,109	0,950	1,387
	Alig. ext. (m^3/m^2)		-16,520	4,249	-25,029	-8,012
	Alig. int. (m^3/m^2)		-40,047	12,907	-65,893	-14,201

Figura 6

Relación entre la luz principal y la cuantía de armadura activa



Si se pretende explicar el coste con el canto, el modelo solo sería razonable en el caso de las losas macizas, donde se explica el 71,3% de la variabilidad, frente al escaso 36,6% de las aligeradas (ver Figura 8 y Tabla 9). El punto de corte de ambas rectas es 0,49 m –muy por debajo de los valores de la muestra–; lo que indicaría que siempre sería económico emplear el aligeramiento. Sin embargo, esta conclusión no es consistente debido a la poca variabilidad explicada por la recta que ajusta los datos de las losas aligeradas.

Figura 7

Relación entre la luz principal y el coste del tablero

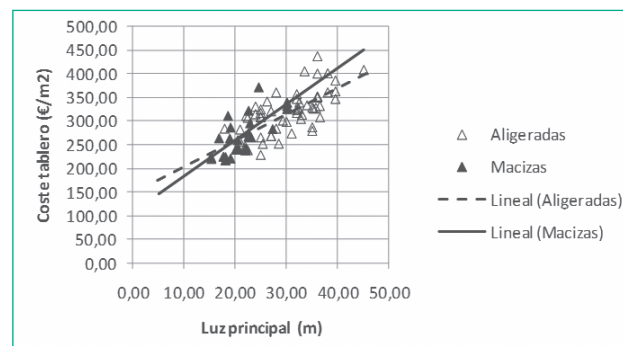


Figura 8

Relación entre la el canto y el coste del tablero

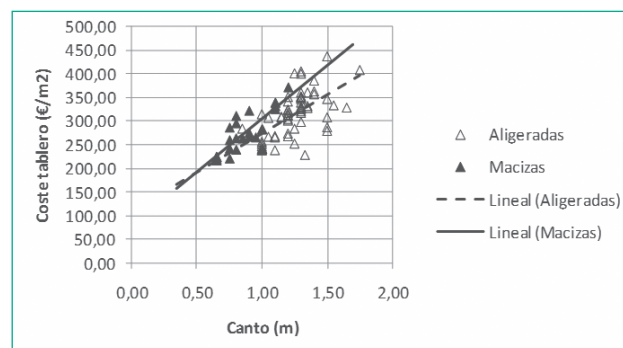


Tabla 9

*Modelos de regresión lineal para el coste del tablero (€/m²).
Límites superior e inferior de confianza de los coeficientes del 95%*

Tablero	Modelos	R²	Coefficientes	Error típico	Límite inferior	Límite superior
Macizo	1 Constante	0,713	79,302	25,482	26,710	131,893
	Canto tablero (m)		226,186	29,289	165,736	286,635
	2 Constante	0,887	40,236	18,065	2,771	77,701
	Canto tablero (m)		196,010	41,538	109,866	282,154
	Alig. ext. (m³/m²)		-257,049	44,583	-349,509	-164,590
Aligerado	Luz principal (m)	0,519	5,899	1,758	2,253	9,545
	1 Constante		146,651	21,435	103,760	189,541
	Luz principal (m)	0,764	5,587	0,701	4,185	6,990
	2 Constante		354,664	40,705	273,122	436,206
	Luz principal (m)		13,214	1,478	10,253	16,174
	Alig. ext. (m³/m²)		-280,549	37,402	-355,475	-205,624
	Luz/canto		-11,072	2,291	-15,661	-6,484
	Alig. int. (m³/m²)		-302,664	103,826	-510,652	-94,676

El modelo de regresión múltiple explica el 88,7% de la incertidumbre del coste en la losa maciza utilizando como variables independientes el canto, el aligeramiento exterior y la luz principal (Tabla 9). La luz principal, el aligeramiento exterior, la relación luz/canto y el aligeramiento exterior modularían el 76,4% de la variación del coste de la losa aligerada.

4. Predimensionamiento de losas

Los modelos de regresión lineal expuestos ofrecen criterios de dimensionamiento previo de losas empleando el mínimo número de variables. En el caso del tablero macizo, las variables necesarias son la luz principal, la anchura del tablero y el aligeramiento exterior. En la Figura 9 se representan las relaciones entre dichas variables, indicándose el coeficiente de regresión R^2 .

Análogamente, en la Figura 10 se han representado las relaciones de predimensionamiento entre las variables para el caso de una losa aligerada. Aquí, partiendo de la luz principal y de los aligeramientos interior y exterior, se puede establecer el canto del tablero y las cuantías de hormigón y armadura activa. El resto de variables necesarias, como el caso de la cuantía de la armadura pasiva, se toman de los valores medios de las Tablas 1 y 2.

Para el caso común de un paso superior de 30 m de luz, tomando como valores medios $0,20 \text{ m}^3/\text{m}^2$ de aligeramiento interior y $0,40 \text{ m}^3/\text{m}^2$ de aligeramiento exterior (ver Tabla 2), la cuantía de armadura activa estimada según el modelo lineal múltiple de la Tabla 8 es de $22,60 \text{ kg}/\text{m}^3$, frente a los $21,25$ de uno de los casos reales. El canto del tablero se estima, según la Tabla 6, en $1,25 \text{ m}$, frente a los $1,30 \text{ m}$ del tablero real. El hormigón necesario sería, según la Tabla 7, de $0,65 \text{ m}^3/\text{m}^2$, frente a la realidad de $0,67 \text{ m}^3/\text{m}^2$. Para la cuantía de armadura

pasiva se toma un valor medio de $64,92 \text{ kg}/\text{m}^2$, según la Tabla 2. Por último, el coste estimado (Tabla 9) es de $312,60 \text{ €/m}^2$, frente al coste real de $298,41 \text{ €/m}^2$, es decir, un error inferior al 5%. Este ejemplo indica que la predicción de los valores se ajusta razonablemente bien a los valores reales.

5. Conclusiones

La adopción de criterios de diseño que recojan la experiencia de pasos superiores de carretera reales puede suponer un ahorro económico en este tipo de estructuras que se repiten de forma acusada. Del análisis de una muestra de 26 losas macizas y 61 losas aligeradas de canto constante, se observa que las luces oscilan entre los $15,20 \text{ m}$ de una losa maciza y los $45,00 \text{ m}$ de una aligerada, con medias de $21,62 \text{ m}$ y $29,97 \text{ m}$, respectivamente. El canto de las losas macizas no supera los $1,20 \text{ m}$, mientras que el de las aligeradas no baja de $0,90 \text{ m}$. El hormigón necesario por unidad de superficie de tablero es, aproximadamente, de $0,65 \text{ m}^3/\text{m}^2$. La losa aligerada presenta una cuantía media de armadura activa de $22,64 \text{ kg}/\text{m}^2$, un $15,6\%$ superior a la maciza, que es de $19,59 \text{ kg}/\text{m}^2$. El valor medio para la armadura pasiva no supera los $65 \text{ kg}/\text{m}^2$. El coste medio por unidad de superficie del tablero aligerado es de $314,20 \text{ €/m}^2$, un $15,3\%$ superior al macizo, siempre que ambas tipologías se mantengan en sus rangos de luces habituales, pues las losas macizas son económicas con vanos que no superen los $19,24 \text{ m}$.

Bastan tres componentes principales para explicar el $80,8\%$ de la varianza de los datos de las losas macizas, y cuatro para modular el $79,0\%$ en las macizas. Los modelos de regresión han permitido deducir que el canto y la armadura activa quedan bien explicados por la luz, mientras que la cuantía de hormigón lo es por el

Figura 9

Predimensionamiento para losa maciza, con indicación del coeficiente R^2

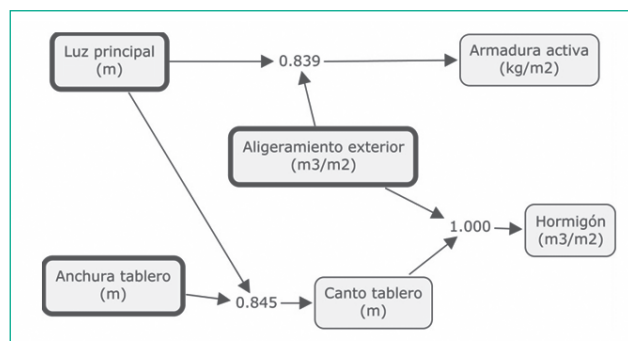
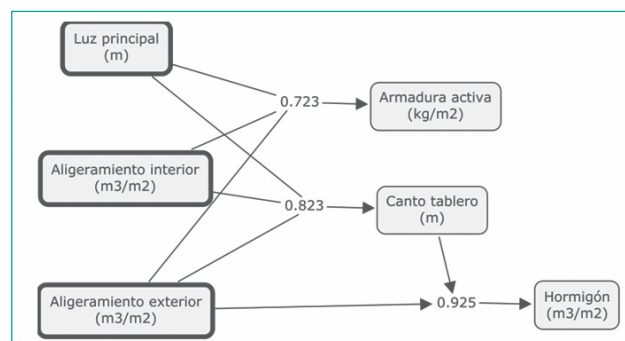


Figura 10

Predimensionamiento para losa aligerada, con indicación del coeficiente R^2



canto. La variable que mejor explica (71,3%) el coste por unidad de superficie de losa maciza es el canto, mientras que para las aligeradas sería la luz principal (51,9%), lo que implica que en estas últimas se deben incluir otras variables como los aligeramientos interiores y exteriores y la esbeltez para modular el 76,4% de la variación. Por último, los modelos de regresión múltiple permiten el prediseño de losas dentro de los rangos de la muestra, con errores razonables en la estimación económica. La luz principal y el aligeramiento exterior, junto con la

anchura del tablero para el caso de losas macizas, o el aligeramiento interior en el caso de las aligeradas, bastan para predimensionar la losa.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo del Ministerio de Ciencia y Tecnología y los fondos FEDER (Proyecto: BIA2006-01444).

Referencias

1. Díaz, F.J. (2009). Análisis multifactorial del diseño de realizaciones de tableros de puentes. Trabajo de investigación CST/GPRC-12. Departamento de Ingeniería de la Construcción. Universidad Politécnica de Valencia.
2. Dirección General de Carreteras (2000). Obras de paso de nueva construcción. Conceptos Generales. Ed. Ministerio de Fomento, Madrid.
3. Draper, N.; Smith, H. (1999). Applied Regression Analysis. 3th edition, Wiley, New York.
4. Hocking, R. (1976). The Analysis and Selection of Variables in Linear Regression. Biometrics, 32: 1-49.
5. Kaiser, H.F. (1958). The Varimax criterion for analytic rotation in factor analysis. Psychometrika, 23: 187-200.
6. Manterola, J. (2006). Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Colección Escuelas, Madrid.
7. Monleón (2002). Cuadernos de concepción de puentes. Universidad Politécnica de Valencia.
8. Payá, I.; Yepes, V.; González-Vidosa, F.; Hospitaler, A. (2008). Multiobjective Optimization of Reinforced Concrete Building Frames by Simulated Annealing. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 23: 596-610.
9. Perea, C.; Alcalá, J.; Yepes, V.; González-Vidosa, F.; Hospitaler, A. (2008). Design of Reinforced Concrete Bridge Frames by Heuristic Optimization. Advances in Engineering Software, 39(8): 676-688.
10. Sarma, K.C.; Adeli, H. (1998). Cost optimization of concrete structures. ASCE Journal of Structural Engineering, 124(5): 570-578.
11. SEOPAN (2007). Informe anual de la construcción 2006. Disponible en internet: <http://www.seopan.es/ficheros/990dba8ab2b610b27ecc857c2bf7bb5d.pdf>, consultado el 25 de junio de 2009.
12. SETRA (1989). Ponts-dalles. Guide de conception. Ministère de l'Équipement, du Logement des Transports et de la Mer. Bagneux, France.
13. Shaw, P.J.A. (2003). Multivariate statistics for the environmental sciences. Hoddeer-Arnold, London.
14. Yepes, V.; Alcalá, J.; Perea, C.; González-Vidosa, F. (2008). A Parametric Study of Optimum Earth Retaining Walls by Simulated Annealing. Engineering Structures, 30(3): 821-830.